DOCUMENT DE RECHERCHE

EPEE

CENTRE D'ETUDES DES POLITIQUES ECONOMIQUES DE L'UNIVERSITE D'EVRY

# L'insoutenable dynamique de la dette : Une analyse macroéconomique du défaut souverain

Michel Guillard et Hubert Kempf

12-12

www.univ-evry.fr/EPEE

Université d'Evry Val d'Essonne, 4 bd. F. Mitterrand, 91025 Evry CEDEX

# L'insoutenable dynamique de la dette

## Une analyse macroéconomique du défaut souverain*

Michel Guillard†
*Université d'Evry val d'Essonne*

Hubert Kempf‡
*Ecole Normale Supérieure de Cachan*

Cette version : juillet 2012

**Résumé**

Nous étudions la question de la soutenabilité de la dette publique dans le cadre d'un modèle macroéconomique prenant explicitement en compte l'interaction des politiques monétaire et budgétaire ainsi que la possibilité de défaut sur la dette publique. Nous différencions la notion de "seuil de défaut" de celle de "seuil d'insoutenabilité". Le seuil de défaut correspond à la limite d'endettement de l'Etat. Le défaut survient lorsque le marché ne reconnaît plus à l'Etat la capacité d'honorer la totalité de sa dette. Le "seuil d'insoutenabilité" peut être atteint pour des niveaux de dette plus faible. Le marché continue à affecter une probabilité positive au remboursement complet de la dette. Pour autant, lorsque ce seuil est dépassé, la prime de risque réclamée par le marché pèse si lourdement sur les comptes publics que le défaut devient, en absence de choc macroéconomique favorable, inévitable. Nous montrons également qu'un "défaut réussi" implique une règle de défaut respectant le critère de soutenabilité de la dette après défaut, la soutenabilité signifiant ici que la prime de risque après défaut doit être suffisamment faible pour assurer que la part de la dette dans le PIB puisse continuer à décroître. Une règle de défaut efficiente doit impliquer une réduction suffisante de la dette publique.

*JEL Codes :* E6 ; F4
*Keywords :* Dette publique, Défaut souverain, Risque de défaut, Soutenabilité

---

*Nous tenons à remercier les participants de la Journée en l'honneur de Pierre-Yves Hénin du 31 janvier 2011 pour leurs commentaires. Nous remercions également deux rapporteurs anonymes de la Revue d'économie politique dont les remarques ont été fort utiles. Nous sommes seuls responsables des erreurs pouvant néanmoins subsister.

† *E-mail :* michel.guillard@univ-evry.fr
‡ *E-mail :* hubert.kempf@ens-cachan.fr

# 1 Introduction

La menace du défaut souverain pose un double problème important aux responsables de la politique économique. Il s'agit, d'une part, de savoir quelles sont les responsabilités des mesures de politique macroéconomique dans un défaut éventuel ; d'autre part, il faut s'interroger sur l'après-défaut et les mesures d'accompagnement du défaut.

L'ambition de cet article est d'étudier la question de la soutenabilité de la dette publique dans le cadre d'un modèle macroéconomique prenant explicitement en compte l'interaction des politiques monétaire et budgétaire ainsi que la possibilité de défaut sur la dette publique. Le défaut survient pour de multiples raisons : i) l'existence d'une limite fiscale, ne permettant plus une augmentation des excédents primaires, ii) une situation macroéconomique défavorable, présente et/ou anticipée, iii) une politique monétaire active ne renonçant pas à ses objectifs de stabilisation de l'inflation et iv) un niveau d'endettement initial élevé, proche du seuil de défaut, habituellement identifié comme le seuil d'endettement de l'Etat.

Nous montrons qu'il est utile de différencier la notion de "seuil de défaut" de celle de "seuil d'insoutenabilité". Le seuil de défaut correspond assez naturellement à la limite d'endettement de l'Etat. Le défaut survient lorsque le marché ne reconnaît plus à l'Etat la capacité d'honorer la totalité de sa dette. Le seuil d'insoutenabilité peut être atteint pour des niveaux de dette plus faible. Le marché continue à affecter une probabilité positive au remboursement complet de la dette. Pour autant, lorsque ce seuil est dépassé, la prime de risque réclamée par le marché pèse si lourdement sur les comptes publics que le défaut, en absence de choc macroéconomique favorable, devient inévitable à brêve échéance.

Nous montrons également qu'un "défaut réussi" implique une règle de défaut respectant le critère de soutenabilité de la dette après défaut, la soutenabilité signifiant ici que la prime de risque après défaut doit être suffisamment faible pour assurer que la part de la dette dans le PIB puisse continuer à décroître. La règle de défaut doit impliquer une réduction suffisante de la dette publique.

La question du conflit entre autorités monétaire et fiscale a été traitée par Sargent et Wallace (1981), qui en ont déduisent une "arithmétique monétariste déplaisante" de l'inflation lorsque le conflit est résolu aux dépens de l'autorité monétaire, mais également par Leeper (1991), Sims (1994), Woodford (1994, 1995) et Cochrane (2001), qui donnent ainsi naissance à la "théorie fiscale des prix". Dans les deux cas, le défaut sur la dette publique n'est pas une solution envisagée. Buiter (2002) a d'ailleurs fait de cette lacune de la théorie fiscale des prix un argument pour en attaquer les fondements.

Uribe (2006) réexamine la question du défaut dans le cas où la politique monétaire et la politique budgétaire et fiscale sont toutes deux actives (au sens de Leeper) ou dominantes (au sens de Sargent et Wallace) et en tire une "théorie fiscale du défaut" alors que Blanchard (2004) et Loyo (1999) déduisent des mêmes conditions une "théorie fiscale de l'inflation".

Plus récemment, Bi (2010), Davig, Leeper et Walker (2011), Daniel et Shiamptanis (2010) et Juessen, Linnemann et Schabert (2011) abordent le problème du défaut souverain dans des termes assez proches des nôtres, mais sans clairement différencier les notions de défaut et d'insoutenabilité de la dette publique.

Afin de centrer notre analyse sur la question de la dynamique de la dette et du défaut, nous supposons, à l'instar de ces derniers auteurs, une règle de politique monétaire qui aboutit à un contrôle strict de l'inflation. Nous supposons plus précisément que les autorités monétaires suivent une politique conventionnelle *active*, en contrôlant le taux d'intérêt sans risque et non pas le taux d'intérêt risqué.

La suite de l'article est organisée de la manière suivante. La section 2 présente le cadre macroéconomique. La section 3 propose une analyse des situations envisageables en absence de défaut. La question du défaut et de la soutenabilité de la dette publique est traitée dans la section 4. La section 5 propose une courte conclusion. Les démonstrations principales sont proposées en annexe.

# 2 L'économie

On considère une économie de production à prix parfaitement flexibles et sans capital. La monnaie n'est pas utile aux échanges et l'unité monétaire ne sert que d'étalon de mesure. Le rôle de la politique monétaire est de stabiliser la valeur de cette unité de compte, plus spécifiquement, le taux d'inflation. Les marchés financiers sont complets et les titres publics sont non contingents et non indexés, mais potentiellement soumis à un risque de défaut.

## 2.1 Le secteur privé

Les préférences de l'agent représentatif peuvent être décrites de la manière suivante :

$$U_0 = \sum_{t=0}^{+\infty} \beta^t \left[ u\left(c_t\right) - v\left(\ell_t\right) \right] \tag{1}$$

avec : $u(c_t) = \ln c_t$ et $v(\ell_t) = \delta^{-1} \ell_t^{1+1/\sigma} / (1 + 1/\sigma)$ où $c_t$ représente la consommation, $\ell_t$ la quantité de travail offerte et $\sigma$, l'élasticité de Frisch.

A chaque période, l'agent perçoit les revenus du travail, $W_t \ell_t$, et les profits, $\Gamma_t$, ces deux sources de revenu étant imposées au taux $\tau_t$. Il perçoit également les revenus des titres contingents privés arrivés à échéances, $D_t$, et ceux des titres gouvernementaux, $h_t B_{t-1}$. Le terme $h_t$ représente le taux de recouvrement sur les titres de dette publique. Il est inférieur à l'unité en cas de défaut partiel de l'Etat. En notant $p_t^B$, le prix des titres gouvernementaux à une période et $Q_{t,t+1}$, le prix d'un actif contingent rapportant une unité de monnaie dans un état de la Nature pondéré par la probabilité d'occurence de cet état, la contrainte budgétaire nominale de l'agent s'écrit :

$$P_t c_t + p_t^B B_t + E_t Q_{t,t+1} D_{t+1} \leq (1 - \tau_t) \left(W_t \ell_t + \Gamma_t\right) + h_t B_{t-1} + D_t \tag{2}$$

Le ménage doit également respecter la contrainte d'endettement :

$$h_{t+1}B_t + D_{t+1} \geq -E_{t+1} \sum_{s=t+1}^{\infty} Q_{t+1,s} \left(1 - \tau_s\right) \left(W_s \ell_t + \Gamma_s\right) \qquad \forall t+1 \tag{3}$$

avec $Q_{t+1,s} = Q_{t+1,t+2} Q_{t+2,t+3} \cdots Q_{s-1,s}$ et $Q_{t+1,t+1} = 1$.

En maximisant (1) sous les contraintes (2) et (3), on trouve les conditions d'optimalité suivantes :

$$Q_{t,t+1} = \beta \frac{u'\left(c_{t+1}\right)}{u'\left(c_t\right)} \frac{P_t}{P_{t+1}} \tag{4}$$

$$p_t^B = E_t Q_{t,t+1} h_{t+1} \tag{5}$$

$$\frac{v'\left(\ell_t\right)}{u'\left(c_t\right)} = \left(1 - \tau_t\right) \frac{W_t}{P_t} \tag{6}$$

ainsi que la condition de transversalité :

$$\lim_{T \to \infty} E_t Q_{t,T} \left[h_T B_T + D_T\right] = 0 \tag{7}$$

En inspectant l'équation (5), on note que la présence de marchés complets permet d'évaluer les titres gouvernementaux risqués en fonction des taux de recouvrements associés à chaque état de la Nature. En définissant $R_t = 1/p_t^B$, le facteur de rendement contractuel, comme l'inverse du prix d'un titre gouvernemental, (5) se réécrit :

$$R_t = \left(E_t Q_{t,t+1} h_{t+1}\right)^{-1} \tag{8}$$

A titre de comparaison, on peut définir le facteur d'intérêt nominal certain $R_t^f$ comme l'inverse du prix d'un portefeuille certain, *i.e.* :

$$R_t^f = \left(E_t Q_{t,t+1}\right)^{-1} \tag{9}$$

Pour boucler la description du secteur privé, on suppose le marché des biens concurrentiel et les rendements constants. La technologie de production est donnée par : $y_t \leq A_t \ell_t$, où $y_t$ est la production et $A_t$, la productivité moyenne (et marginale) du travail. La maximisation du profit donne les résultats usuels : $W_t/P_t = A_t$, $\Gamma_t = 0$ et $y_t = A_t \ell_t$. Notons que les préférences et la technologie sont compatibles avec un sentier de croissance équilibré, ce qui permettra de supposer la présence de chocs portant directement sur le taux de croissance de la productivité.

## 2.2 Les autorités monétaire et fiscale

Le gouvernement engage des dépenses que l'on suppose proportionnelles au PIB, $g_t = \gamma y_t$, et collecte les impôts sur les revenus, $\tau_t y_t$. Le solde est financé par l'émission de bons du trésors nominaux à un prix $1/R_t$. La contrainte budgétaire instantanée du gouvernement s'écrit :

$$\frac{B_t}{R_t} = h_t B_{t-1} + \left(\gamma - \tau_t\right) P_t y_t \tag{10}$$

où $h_t \in (0,1)$, le taux de recouvrement de la dette publique, vérifie $h_t < 1$ en cas de défaut (partiel) de paiement de l'Etat.

**Politique budgétaire : limite fiscale et règle de défaut**

Notons $b_t = B_{t-1}/P_t y_t$, la charge de la dette publique *contractuelle* ou *due* - ce que doit l'Etat à la période $t$, en proportion du PIB courant - et $\omega_t = h_t B_{t-1}/P_t y_t$, le poids dans le PIB de la dette publique *effectivement remboursée*, en tenant compte d'un éventuel défaut (partiel) de l'Etat. En nous inspirant de Bi (2010), Daniel et Shiamptanis (2010) et Davig, et Walker (2011), on suppose que le taux d'imposition sur le revenu s'accroît avec le poids de la dette publique dans le PIB, mais jusqu'à une certaine limite, notée $\hat{\tau}$. On pourra vérifier plus loin que $\tau^{\max} \equiv (1+\sigma) / (1+2\sigma)$ est un candidat naturel pour ce taux limite et représente le sommet de la courbe de Laffer de cette économie. De manière plus générale, on peut admettre que les autorités fiscales ne disposent pas des marges de manœuvre suffisantes pour accroître le taux de prélèvement au delà du taux limite.

Sans perte de généralité, on suppose plus précisément que le taux d'imposition dépend de la charge *effective* de la dette, $\omega_t$, de la manière suivante :

$$\tau_t = \min\left(\bar{\tau} + \theta \cdot (\omega_t - \bar{\omega})\,;\hat{\tau}\right) \tag{11}$$

où $\bar{\tau}$ et $\theta$ vérifient :

$$\begin{aligned} \bar{\tau} &\equiv \gamma + (1-\beta)\,\bar{\omega} < \hat{\tau}, \\ \theta &> 1-\beta. \end{aligned}$$

Le terme $\bar{\omega}$ s'interprète comme une cible pour la part de la dette dans le PIB. La valeur prise par $\bar{\tau}$ permet d'assurer que, lorsque la cible est atteinte, le taux d'imposition pratiqué permet de financer les dépenses courantes et le paiement des intérêts de la dette stationnaire. La condition sur $\theta$ permet d'assurer la convergence de la part de la dette dans le PIB vers sa cible lorsque la limite fiscale n'est pas atteinte. A partir de (11), on déduit un niveau $\hat{\omega}$ pour la charge *effective* de la dette, $\omega_t = h_t b_t$, auquel le taux d'imposition atteint son maximum :

$$\tau_t = \hat{\tau} \Longleftrightarrow \omega_t \geq \bar{\omega} + \frac{\hat{\tau} - \bar{\tau}}{\theta} \equiv \hat{\omega}. \tag{12}$$

En matière de défaut, nous supposerons que l'Etat n'adopte pas de comportement stratégique, mais applique une règle simple, contingente au niveau de la charge de la dette publique *due* :

$$h_t = \mathcal{H}(b_t) \leq 1$$

règle dont les modalités seront précisées plus loin.

**Politique monétaire**

On suppose la politique monétaire suivie "conventionnelle", ce qui correspond au cas où la Banque Centrale contrôle le taux d'intérêt certain et non pas le taux d'intérêt sur la dette publique. La Banque Centrale applique plus précisément la règle monétaire suivante :

$$R_t^f = \rho_t \bar{\pi} \left(\frac{\pi_t}{\bar{\pi}}\right)^{\phi} \tag{13}$$

avec $\phi > 1$ et

$$\rho_t = \left(\beta E_t \frac{y_t}{y_{t+1}}\right)^{-1} \tag{14}$$

Le terme $\rho_t$ représente le facteur d'intérêt naturel de cette économie, c'est à dire, en absence de rigidités nominales, le facteur d'intérêt réel d'équilibre. Comme nous allons le vérifier, sous l'hypothèse[1] $\phi > 1$, cette politique monétaire permet, dans des circonstances "normales", d'assurer le contrôle du facteur d'inflation au niveau de sa cible $\bar{\pi}$. Notons enfin que, par souci d'économie, nous négligeons de prendre en compte la contrainte de positivité du taux d'intérêt nominal[2].

## 2.3 Conditions d'équilibre et forme réduite

En posant l'équilibre des différents marchés et en utilisant les spécifications retenues pour les préférences et la technologie, les équations (4) à (13) permettent d'obtenir le système d'équations suivant :

$$\begin{aligned}
y_t &= \left(\delta \frac{1-\tau_t}{1-\gamma}\right)^{\chi} A_t && (15)\\
\frac{1}{R_t} &= \beta E_t \frac{h_{t+1} y_t}{\pi_{t+1} y_{t+1}} && (16)\\
\frac{1}{R_t^f} &= \beta E_t \frac{y_t}{\pi_{t+1} y_{t+1}} && (17)\\
\frac{\pi_{t+1} y_{t+1}}{y_t} \frac{b_{t+1}}{R_t} &= h_t b_t + \gamma - \tau_t && (18)\\
R_t^f &= \rho_t \bar{\pi} \left(\frac{\pi_t}{\bar{\pi}}\right)^{\phi} && (19)\\
\tau_t &= \min\left(\bar{\tau} + \theta \cdot (h_t b_t - \bar{\omega})\,;\hat{\tau}\right) && (20)\\
h_t &= \mathcal{H}(b_t) && (21)
\end{aligned}$$

où $\chi = \sigma/(1+\sigma)$ et où $\rho_t$ est toujours défini par (14). La règle de défaut $\mathcal{H}(\cdot)$ restant à définir, les inconnues de ce système sont les variables $y_t$, $R_t$, $R_t^f$, $\pi_t$, $\tau_t$, $h_t$, et $b_t$.

En calculant le niveau des prélèvements réels, il vient :

$$T_t = \tau_t y_t = \left(\frac{\delta}{1-\gamma}\right)^{\chi} A_t \cdot (1-\tau_t)^{\chi} \tau_t.$$

On obtient aisément le taux d'imposition $\tau^{\max}$ qui maximise cette expression, soit :

$$\tau^{\max} \equiv \frac{1}{1+\chi} = \frac{1+\sigma}{1+2\sigma}$$

qui représente bien une borne supérieure pour le taux limite $\hat{\tau}$.

[1] Ce qui correspond au cas ou le "Principe de Taylor" est vérifié et que Leeper (1991) définit comme une politique monétaire *active.*

[2] La prise en compte de cette contrainte doublerait le nombre d'équilibres stationnaires et compliquerait singulièrement l'analyse sans modifier nos principaux résultats qui portent sur l'analyse du défaut souverain.

# 3 Dette et inflation

En combinant, d'une part, la contrainte budgétaire de l'Etat (18) avec (16) et, d'autre part, la règle monétaire (19) avec (14) et (17) et en utilisant $\omega_t = h_t b_t$, on peut définir un équilibre à anticipations rationnelles comme devant satisfaire :

*i)* les deux conditions dynamiques suivantes :

$$\begin{aligned} E_t\omega_{t+1} &= \beta^{-1}\omega_t + \beta^{-1}\left(\gamma - \Upsilon\left(\omega_t\right)\right) && (22) \\ E_t\left[\mathcal{Y}\left(\omega_{t+1}, A_{t+1}\right)\right]^{-1} &= \left(\frac{\pi_t}{\bar{\pi}}\right)^{\phi} E_t\left[\frac{\pi_{t+1}}{\bar{\pi}}\mathcal{Y}\left(\omega_{t+1}, A_{t+1}\right)\right]^{-1} && (23) \end{aligned}$$

avec :

$$\begin{aligned} \mathcal{Y}\left(\omega_t, A_t\right) &\equiv \left(\delta\frac{1-\Upsilon\left(\omega_t\right)}{1-\gamma}\right)^{\chi} A_t && (24) \\ \Upsilon\left(\omega_t\right) &\equiv \min\left(\bar{\tau} + \theta\cdot\left(\omega_t - \bar{\omega}\right); \hat{\tau}\right) && (25) \end{aligned}$$

*ii)* la régle de défaut, permettant de relier $\omega_t$ et $b_t$ :

$$\omega_t = \mathcal{H}\left(b_t\right) b_t \tag{26}$$

*iii)* une condition supplémentaire permettant de relier $b_t$ et $\pi_t$ :

$$\mathcal{Y}\left(\mathcal{H}\left(b_t\right) b_t, A_t\right)\cdot b_t = \frac{1}{\pi_t}\frac{B_{t-1}}{P_{t-1}} \tag{27}$$

indiquant que ces variables ne peuvent pas être toutes deux considérées comme non prédéterminées et enfin,

*iv)* la condition de transversalité :

$$E_t\beta^{T-t}\omega_T = 0 \tag{28}$$

## 3.1 La charge de la dette publique

En insérant la règle fiscale (25) dans l'équation (22), on obtient plus précisément :

$$E_t\omega_{t+1} = \begin{cases} (1-\theta)\,\beta^{-1}\omega_t + \left(1-(1-\theta)\,\beta^{-1}\right)\bar{\omega} & \text{pour } \omega_t \leq \hat{\omega} \\ \beta^{-1}\omega_t - \beta^{-1}\left(\hat{\tau}-\gamma\right) & \text{pour } \omega_t > \hat{\omega} \end{cases} \tag{29}$$

où $\hat{\omega}$ est donné par (12). D'après la première équation, $\omega_t$ converge, lorsque $(1-\theta)\,\beta < 1$ - ce que nous avons supposé -, vers un état stationnaire $\omega = \bar{\omega}$. La seconde équation est divergente et admet un état stationnaire défini par :

$$\omega = \frac{\hat{\tau}-\gamma}{1-\beta} \equiv \omega^{\text{sup}} \tag{30}$$

$\omega^{\text{sup}}$ s'interprète comme un niveau de dette critique au delà duquel la trajectoire de la dette *effective* - c'est à dire incluant la possibilité d'un défaut partiel - anticipée est explosive.

En vérifiant que l'on a $\bar{\omega} < \hat{\omega} < \omega^{\text{sup}}$, la dynamique de celle-ci peut être représentée par la figure suivante :

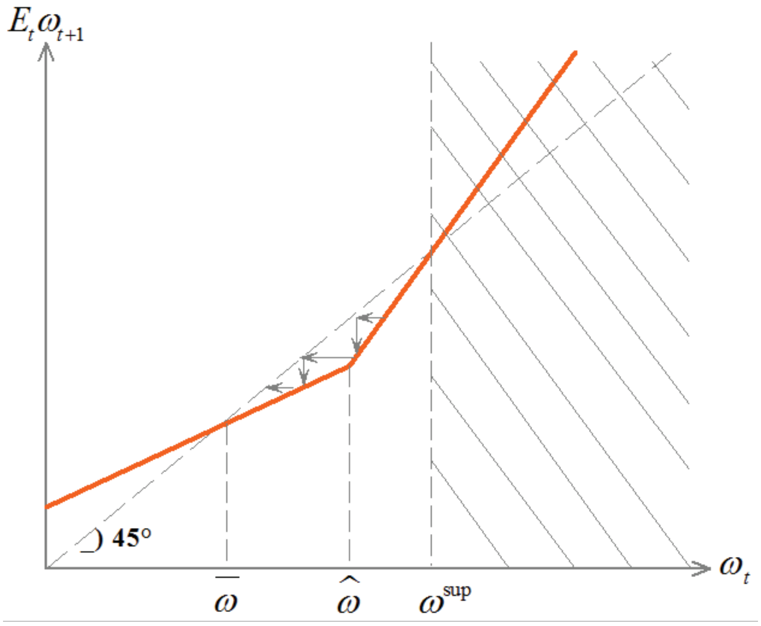


Figure 1

Pour une valeur donnée de $\omega_t$ vérifiant $\omega_t < \omega^{\text{sup}}$, la charge anticipée de la dette effective converge vers $\bar{\omega}$. Notons cependant que la dynamique représentée inclut un éventuel défaut anticipé et ne traduit pas nécessairement la dynamique de la part dans le PIB de la dette *due* (voir *infra*).

Le cas $\omega_t > \omega^{\text{sup}}$ est en revanche impossible. Pour comprendre ce résultat, il suffit de rappeler que l'équation (22) résume, certes, la contrainte budgétaire de l'état (18), mais également la condition d'arbitrage (16) tenant compte du risque de défaut. La variable $\omega_t = h_t b_t$ intégrant un éventuel défaut sur la dette publique, la condition $E_t\omega_{t+1} > \omega_t > \omega^{\text{sup}}$ est nécessairement associée à une dynamique explosive qui violerait soit la condition de transversalité (28), si elle devait se poursuivre, soit l'hypothèse d'anticipations rationnelles, si elle devait s'interrompre. Pour cette raison, $\omega^{\text{sup}}$ représente le seuil d'endettement naturel de cette économie, mais également son *seuil de défaut.*

## 3.2 La dynamique jointe de la dette et de l'inflation en absence de défaut

En évaluant (23) à l'état stationnaire, on trouve une unique solution pour l'inflation : $\pi = \bar{\pi}$. Considérons pour le moment le cas $\omega_t = b_t \leq \omega^{\text{sup}}$ et supposons que le risque de défaut est nul, soit $E_t h_{t+1} = 1$, $\forall t$. La dynamique représentée par les équations (22) et (23) s'analyse assez simplement, au voisinage de chacune des deux valeurs stationnaires de $\omega$, en rappelant les résultats de Leeper (1991).

Autour de l'équilibre stationnaire ciblé par les autorités monétaires et fiscales, $(\bar{\pi}, \bar{\omega})$, et en reprenant la terminologie proposée par Leeper, la politique monétaire est dite *active* $(\phi > 1)$ et la politique fiscale, *passive* $(\theta > 1 - \beta)$. En utilisant la terminologie plus ancienne de Sargent-Wallace (1981), la politique monétaire est *dominante*. En d'autre termes, les autorités monétaires parviennent à stabiliser le taux d'inflation en laissant aux autorités fiscales le soin de garantir la convergence de (la part de) la dette (dans le PIB) vers sa cible de long terme. Ce point se vérifie facilement. Supposons l'inflation indépendamment distribuée de la part de la dette dans le PIB et de la productivité. L'équation (23) se simplifie immédiatement pour donner :

$$1 = \left(\frac{\pi_t}{\bar{\pi}}\right)^{\phi} E_t \left(\frac{\pi_{t+1}}{\bar{\pi}}\right)^{-1} \tag{31}$$

dont l'unique solution non explosive, lorsque $\phi > 1$, est $\pi_t = \bar{\pi}$, $\forall t$. Dans ce cas, la valeur initiale de $\omega_t = b_t$ est implicitement donnée par l'équation (27) avec $\pi_t = \bar{\pi}$. L'équation (29) décrit alors la dynamique espérée[3] de la part de la dette dans le PIB qui converge bien vers sa cible. Il s'agit là du fonctionnement "normal" d'une économie ricardienne.

La situation est moins traditionnelle au voisinage du second équilibre stationnaire, $(\bar{\pi}, \omega^{\sup})$. En suivant à nouveau Leeper (1991), la politique fiscale est dite localement *active* autour de $\omega^{\sup}$. Cette terminologie n'est d'ailleurs pas la plus heureuse lorsque les autorités fiscales sont contraintes par une limite provenant de la courbe de Laffer, lorsque $\hat{\tau} = \tau^{\max}$. Elle convient davantage lorsque cette limite résulte d'un choix des autorités fiscales de ne plus augmenter les taux d'imposition malgré la hausse de la dette publique $(\hat{\tau} < \tau^{\max})$. Elles cherchent alors à être *dominantes*.

Leeper (1991) montre qu'un équilibre à anticipations rationnelles, localement unique, peut s'établir en $\omega^{\sup}$ lorsque la politique monétaire est *passive*, c'est à dire lorsque $\phi < 1$. Intuitivement, le niveau général des prix (ou, identiquement, le taux d'inflation) s'établit de manière à ce que la valeur réelle de la dette due (en pourcentage du PIB, ici) soit la contrepartie exacte de la valeur anticipée des excédents primaires futurs (en pourcentage du PIB) : $b_t = B_{t-1}/P_t y_t = (\hat{\tau} - \gamma) / (1 - \beta) \equiv \omega^{\sup}$. L'inflation fluctue alors en fonction du choc de productivité et converge, en espérance, vers la cible $\bar{\pi}$ (toujours lorsque $\phi < 1$), telle que l'équation (23), sous une forme légèrement simplifiée, le décrit :

$$E_t A_{t+1}^{-1} = \left(\frac{\pi_t}{\bar{\pi}}\right)^{\phi} E_t \left[\frac{\pi_{t+1}}{\bar{\pi}} A_{t+1}\right]^{-1} \tag{32}$$

Il s'agit, dans ce cas, d'une application de ce qui deviendra avec les travaux de Sims (1994), Woodford (1994, 1995) et Cochrane (2001), la théorie fiscale des prix.

Le cas d'une politique monétaire *active* que nous avons considéré, $\phi > 1$, est encore plus surprenant. Woodford (1995) analyse également cette situation et montre que le niveau général des prix peut encore s'établir à chaque période de manière à assurer $b_t = \omega^{\sup}$, mais au prix d'une inflation qui s'éloigne de sa cible, comme l'indique l'équation (32) dans le cas

[3] L'incertitude provenant alors uniquement de la productivité.

d'une politique monétaire *active*[4]. Si le niveau initial de l'inflation vérifie $\pi_t < \bar{\pi}$, l'inflation décroît et l'économie finit par tomber en déflation lorsque le taux d'intérêt nominal vient buter sur sa limite inférieure, zéro, que nous avons négligée par simplicité. Dans le cas contraire, l'économie rentre dans une période d'hyper-inflation. Loyo (1999) et Blanchard (2005) utilisent le même genre d'argument pour expliquer l'inflation brésilienne des années 90.

# 4 Défaut, risque de défaut et dynamique de la dette publique

Tous les cas que nous avons considérés jusqu'à présent font abstraction de la possibilité d'un défaut sur la dette publique.

Buiter (2002) est le premier auteur ayant relevé ce point, dans le cas d'application le plus traditionnel de la théorie fiscale des prix, celui d'une politique monétaire *passive*.

Uribe (2006) étend l'analyse du défaut au cas d'une politique monétaire *active* et construit une "théorie fiscale du défaut souverain". L'argument d'Uribe consiste à considérer le défaut comme une source de stabilité macroéconomique. La situation initiale est identique à celle analysée par Woodford (1995), Loyo (1999) et Blanchard (2004). L'auteur montre qu'en introduisant explicitement la possibilité de défaut, ce dernier intervient comme variable d'ajustement de l'équilibre macroéconomique. En présence de chocs agrégés, le défaut doit être observé à chaque période, permettant à l'inflation de rester accrochée à sa cible et à la dette de se stabiliser au niveau $\omega^{\sup}$. En contrepartie, l'auteur doit envisager qu'en cas de choc macroéconomique positif, un défaut négatif doit pouvoir se réaliser. En d'autres termes, les créanciers reçoivent davantage que le taux contractuel... Outre le manque de réalisme de cette hypothèse, elle à l'inconvénient d'annuler les primes de risques : ces dernières sont nulles puisque les défauts positifs sont aussi fréquents que les défauts négatifs. De manière plus intéressante, Uribe montre que si le défaut est retardé (en cas de chocs macroéconomique défavorable), l'inflation peut s'accroître temporairement jusqu'au défaut dont l'ampleur est alors beaucoup plus importante que dans le cas d'un défaut immédiat.

La raison pour laquelle Uribe ne peut pas construire une théorie plus satisfaisante du défaut réside dans l'importance que joue la condition de transversalité dans l'économie qu'il considère. En absence d'un autre équilibre stationnaire que $\omega^{\sup}$ ($\bar{\omega}$, dans notre cas), une dette durablement décroissante et potentiellement négative n'est pas plus envisageable qu'une dette croissante. Le seul équilibre stationnaire étant instable, lorsque la politique monétaire contrôle l'inflation, le défaut, positif ou négatif, est la seule variable de stabilisation macroéconomique. Notre économie n'a pas cet inconvénient. La politique fiscale joue son rôle stabilisateur tant que la limite fiscale n'est pas atteinte. Cette différence nous permet de

[4]Ce qui correspond à une règle de taux vérifiant $\phi > 1$, sous nos hypothèses, mais à un contrôle de la masse monétaire dans le cas envisagé par Woodford (1995).

considérer la nature asymétrique du défaut souverain.

## 4.1 Seuil de défaut et seuil d'insoutenabilité de la dette publique

Dans cette sous-section, on réintroduit explicitement la possibilité de défaut. On montre notamment que la dynamique anticipée de la dette due, $E_t b_{t+1}$, peut différer considérablement de la dynamique anticipée de la dette effectivement remboursée, $E_t \omega_{t+1}$, en raison du risque de défaut et de la prime de risque qui lui est associée. On se place dans le cas $\hat{\omega} < \omega_t < \omega^{\text{sup}}$, lorsque la limite fiscale est atteinte et que le taux d'imposition ne réagit plus au ratio d'endettement. On suppose également que la Banque Centrale conduit une politique monétaire *active* et parvient à contrôler l'inflation autour de sa cible en évitant les trajectoires hyperinflationnistes et déflationnistes. L'inflation est, dans le cas $\phi > 1$, la solution non explosive de l'équation (31) : $\pi_t = \bar{\pi}$, $\forall t$.

Ecrivons les dynamiques respectives de $\omega_t$ et de $b_t$. A partir de (29) et (30), on obtient, pour la variable $\omega_t = h_t b_t$ :

$$E_t \omega_{t+1} = (1 + r)\, \omega_t - r\omega^{\text{sup}} \tag{33}$$

où $r = \beta^{-1} - 1$, représente le taux de préférence pour le présent et $\omega^{\text{sup}}$, le seuil de défaut. A partir de l'équation budgétaire initiale du gouvernement (18) et de la définition du taux d'intérêt sans risque $R_t^f$ donnée par (17), on montre en Annexe A que l'hypothèse de marchés complets permet d'exprimer la dynamique de $b_t$, la part de la dette *due* dans le PIB, sous la forme suivante :

$$\frac{E_t b_{t+1}}{1 + \mathbf{p}_t} = (1 + r)\, h_t b_t - r\omega^{\text{sup}} \tag{34}$$

où $\mathbf{p}_t = R_t / R_t^f - 1$ est la prime de risque associée à la détention de titres publics.

Lorsque la prime de risque est positive, *i.e.* $R_t > R_t^f$, la part dans le PIB de la dette *due* anticipée, $E_t b_{t+1}$, dépend de sa valeur contemporaine avec un poids $(1 + \mathbf{p}_t)\,(1 + r)$ supérieur au poids $1 + r$, qui joue un rôle équivalent dans l'équation (33) donnant la valeur de la part de la dette *effective* anticipée, $E_t h_{t+1} b_{t+1}$.

Définissons un Etat Stationnaire Risqué (ESR) sans défaut[5] comme vérifiant $E_t b_{t+1} = b_t$, $h_t = 1$ et supposons qu'il vérifie $\mathbf{p} > 0$. On trouve :

$$b^{SS} = \frac{(1 + \mathbf{p})\, r}{(1 + \mathbf{p})\, r + \mathbf{p}} \omega^{\text{sup}} \tag{35}$$

c'est à dire un état stationnaire inférieur à son équivalent déterministe $\omega^{\text{sup}}$, le seuil de défaut. On vérifie aisément que $b^{SS}$ est d'autant plus faible que la prime de risque stationnaire $\mathbf{p}$ est grande. En notant que $(1 + \mathbf{p})\,(1 + r) > 1$ est la pente de l'équation dynamique qui permet d'exprimer $E_t b_{t+1}$ en fonction de $b_t$ au voisinage de l'état stationnaire $b^{SS}$, on en déduit l'instabilité de cet équilibre.

[5] Voir Annexe B et notamment B.2. On peut consulter Cœurdacier, Rey et Winant (2011) pour une présentation de ce concept.

Afin de confirmer ces conjectures, il est nécessaire de spécifier la règle de défaut. On suppose désormais la règle suivante :

**Règle de défaut**

$$\mathcal{H}(b_t) = \begin{cases} \mathbf{h} \cdot \omega^{\text{sup}}/b_t < 1 & \text{si } b_t > \omega^{\text{sup}} \\ 1 & \text{sinon} \end{cases} \tag{36}$$

avec $0 \leq \mathbf{h} \leq 1$.

$\mathbf{h}$ est un paramètre de choix de la règle de défaut[6]. Selon cette régle, tout dépassement du seuil $\omega^{\text{sup}}$ entraîne un défaut partiel (ou ajustement de la dette) qui permet d'obtenir que la part de la dette *effective* dans le PIB (après ajustement) soit proportionnelle à $\omega^{\text{sup}}$, soit : $\omega_t = \mathcal{H}(b_t)\, b_t = \mathbf{h} \cdot \omega^{\text{sup}}$. En raisonnant sur le cas-limite où le dépassement est négligeable ($b_t \to \omega^{\text{sup}+}$), $\mathbf{h}$ s'interprète comme le taux de recouvrement maximum de la dette. Par extension, $1 - \mathbf{h}$ est le taux de défaut - ou d'ajustement - minimun.

La dynamique de la dette contractuelle dépend de la règle de défaut, car celle-ci affecte la prime de risque et donc le prix, mais également la quantité, des nouveaux titres de dette émis. La proposition suivante caractérise ce lien et résume les résultats esquissés plus haut.

**Proposition 1** *Sous la règle $\mathcal{H}(\cdot)$, la prime de risque $\mathbf{p}_t$ est une fonction croissante de la part dans le PIB de la dette contractuelle anticipée $E_t b_{t+1}$, et décroissante de $\boldsymbol{h}$ : $\mathbf{p}_t = \mathcal{P}_t\left(\underset{+}{E_t b_{t+1}}/\omega^{\text{sup}}; \underset{-}{\boldsymbol{h}}\right)$. L'état stationnaire risqué (ESR) est tel que : $b^{SS} < \omega^{\text{sup}}$. La dynamique de la dette publique due, $b_t$, est localement instable au voisinage de $b^{SS}$.*

**Démonstration.** *Voir Annexe B.* ■

**Corrolaire.** *La prime de risque étant une fonction décroissante de* $\mathbf{h}$ *- ou, encore, croissante du taux de défaut minimum,* $(1 - \mathbf{h})$ *-, le seuil d'insoutenabilité $b^{SS}$ donné par l'équation (35) s'accroît avec* $\mathbf{h}$ *- ou décroît avec le taux de défaut minimum* $(1 - \mathbf{h})$.

La proposition précédente permet également de représenter la dynamique de la dette contractuelle anticipée $E_t b_{t+1}$ et de la comparer à celle de la dette effective $E_t \omega_{t+1}$. En insérant $\mathbf{p}_t = \mathcal{P}_t\left(\underset{+}{E_t b_{t+1}}/\omega^{\text{sup}}; \underset{-}{\boldsymbol{h}}\right)$ dans l'équation (34), on obtient une dynamique implicite

[6] Notons que Uribe (2006), en définissant le défaut comme permettant de stabiliser la dette à son niveau d'équilibre stationnaire $\omega^{\text{sup}}$, considère uniquement le cas $\mathbf{h} = 1$. A l'opposé, Juessen, Linnemann et Schabert (2011) supposent que le marché refuse tout nouveau financement au Gouvernement à l'issue d'un défaut, ce qui correspond au cas $\mathbf{h} = (\hat{\tau} - \gamma)/\omega^{\text{sup}} = r/(1 + r) = 1 - \beta$. Notre règle est donc plus générale et certainement plus réaliste que ces deux cas limites lorsque $1 - \beta < \mathbf{h} < 1$.

dont la représentation peut être la suivante :

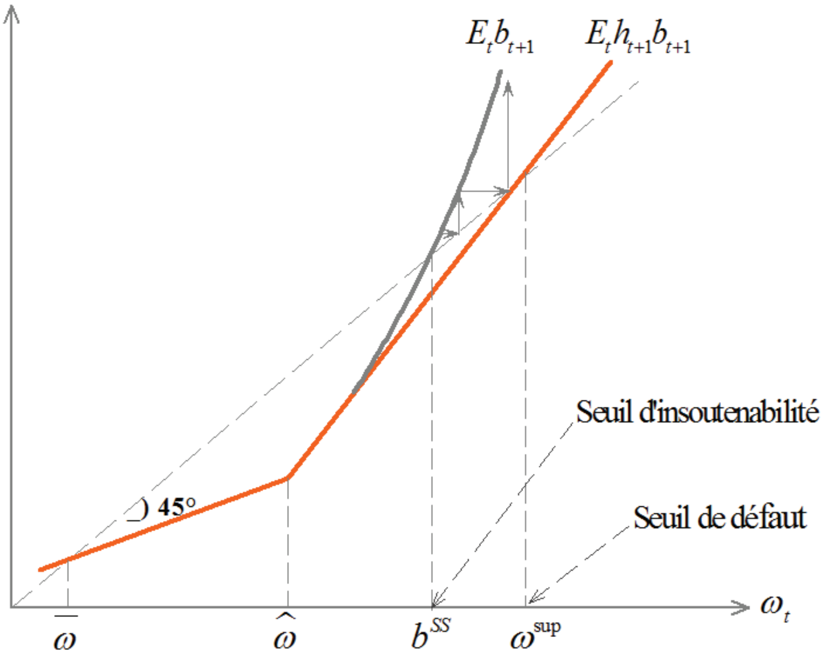


Figure 2

Si, en $t$, la part de la dette dans le PIB, $b_t$, vérifie $b^{SS} < b_t < \omega^{\text{sup}}$, alors, en absence de choc, cette part augmentera jusqu'à dépasser le seuil $\omega^{\text{sup}}$, ce qui déclenchera le défaut. L'ensemble $\left[b^{SS}, \omega^{\text{sup}}\right]$ est alors une zone d'instabilité potentielle de la dynamique de l'endettement public et $b^{SS}$ représente naturellement un *seuil d'insoutenabilité* de la dette souveraine. Notons que la condition $E_t b_{t+1} > \omega^{\text{sup}}$ n'entraîne pas le défaut en $t$ tant que l'on a $E_t \omega_{t+1} < \omega^{\text{sup}}$. En effet, lorsque cette dernière condition tient encore, il existe une probabilité positive qu'un choc macroéconomique positif permettent de réduire la part de la dette dans le PIB en $t+1$ et d'éviter ainsi un défaut souverain.

## 4.2 Le rôle de la règle de défaut

L'incidence du taux d'ajustement minimum, $1 - \mathbf{h}$, sur la dynamique de la dette est ambigüe. Plus ce taux est élevée, plus la correction est forte, ce qui éloigne la dette ajustée du seuil de défaut et diminue donc la probabilité d'un défaut futur. Mais d'un autre côté, il renchérit la prime de risque et donc la charge de la dette publique. Il accélère ainsi la croissance de la dette et son escalade vers le seuil de défaut. D'où un dilemme portant sur le taux de correction. C'est bien celui qui entoure les discussions autour du quasi-défaut de la Grèce en 2012. Faire défaut ne suffit pas, il se peut que la situation après défaut soit telle que la dynamique de la dette reste insoutenable et que l'économie se retrouve à nouveau en défaut. Le paradoxe est qu'il peut y avoir un mécanisme auto-entretenu, voire auto-réalisateur lorsque le paramètre $\mathbf{h}$ est anticipé par le marché. L'anticipation d'un défaut amène les marchés à pratiquer des primes de risque qui, renchérissant la charge de la dette et donc le poids de la dette à échoir, met celle-ci sur une dynamique explosive qui aboutira au défaut. Ce mécanisme peut être à l'oeuvre alors même qu'un défaut a été prononcé. Ceci amène à penser qu'un "défaut réussi"est un défaut tel que la dynamique de la dette soit corrigée durablement et redevienne soutenable, *i.e.* vérifie $\omega_t = \mathbf{h}\omega^{\text{sup}} < b^{SS}$ après défaut. Dans le cadre de la règle de défaut proposée plus haut, peut-il y avoir un défaut réussi ? La proposition suivante répond à cette question.

**Proposition 2** *Il existe une valeur critique* $\boldsymbol{\delta}$*, telle que : si* $\boldsymbol{h} < \boldsymbol{\delta}$ *, en cas de défaut en* $t$ *et en absence de chocs futurs, on a :* $h_{t+s} = 1, \forall s > 0$*, et la dette publique converge vers* $\overline{\omega}$*.*

**Démonstration.** *Voir Annexe C.* ■

La proposition 2 donne une condition sur la règle de défaut assurant, en absence de nouveau choc macroéconomique négatif, la réussite d'un plan d'ajustement de la dette. Lors d'un défaut déclaré en période $t$, la mise en application d'une telle règle entraîne une réduction de la dette *effective* suffisante pour que sa dynamique future, en l'absence de nouveaux chocs, l'éloigne progressivement de la zone de risque. Cette condition est que le coefficient d'ajustement minimum de la dette, $1 - \mathbf{h}$, soit suffisamment élevé. Lorsque c'est le cas, la charge de la dette (après défaut) redevient supportable $\left(\omega_t < b^{SS}\right)$ , en particulier parce que la prime de risque se réduit, évitant le renchérissement de la dette dû à la perspective d'un nouveau défaut. Lorsque cette condition n'est pas remplie, le seuil d'insoutenabilité $b^{SS}$ est, certes, plus élevé, mais s'il est déjà dépassé et si la situation macroéconomique ne change pas, le défaut, lorsqu'il survient, n'est pas suffisant pour remettre la dette publique sur une trajectoire vertueuse.

La proposition rejoint l'intuition : quand un Etat fait défaut, il faut que l'ajustement (la réduction) de la dette soit suffisamment prononcé pour éviter que le cycle du défaut ne se répète. En revanche, tant que la dette est soutenable, la règle de défaut envisagée doit prévoir un ajustement réduit afin de limiter la prime de risque et d'éloigner la zone d'insoutenabilité. Cependant, une règle ne respectant pas la condition $\boldsymbol{h} < \boldsymbol{\delta}$ donnée dans la proposition 2 peut légitimement poser un problème de crédibilité.

# 5 Conclusion

La question de la soutenabilité de la dette publique est une question complexe, lorsque la dynamique de cette dernière dépend de la situation macroéconomique, présente et future, mais également de l'interaction entre politique monétaire et politique budgétaire et fiscale. Elle se complique davantage encore lorsqu'on essaie d'intégrer à l'analyse le risque de défaut et ses effets sur les primes de risque.

Nous avons montré dans cet article qu'il était utile de différencier la notion de "seuil de défaut", qui se confond avec celle de limite d'endettement, et celle de "seuil d'insoutenabilité". Le "seuil de défaut" correspond à la limite d'endettement de l'Etat. Le défaut survient lorsque le marché ne reconnaît plus à l'Etat la capacité d'honorer la totalité de sa dette. Une dette publique est soutenable lorsque, en absence de choc macroéconomique dévaforable, elle ne mène pas irrémédiablement l'Etat vers le défaut, à plus ou moins longue échéance. Nous avons notamment montré que le seuil d'insoutenabilité était inférieur au seuil de défaut. Lorsque la part de la dette publique se trouve entre ces deux seuils, le marché continue à affecter une probabilité positive au remboursement complet de la dette, mais il réclame néanmoins une prime de risque qui pèse si lourdement sur les comptes publics que le défaut devient, en absence de choc macroéconomique favorable, inévitable.

Alors que le seuil de défaut dépend essentiellement des perspectives d'excédents primaires, le seuil d'insoutenabilité dépend fortement de la règle de défaut de l'Etat, que celle-ci soit annoncée ou simplement perçue par les investisseurs. Nous montrons qu'une règle efficiente doit impliquer une réduction de la dette suffisamment forte en cas de défaut pour permettre à la dette ajustée de repasser sous le seuil d'insoutenabilité. Mais une telle règle joue un rôle ambigu avant le défaut, car elle nourrit davantage la charge de la dette via le calcul de la prime de risque et peut précipiter le défaut.

Nous avons uniquement considéré le cas d'une politique monétaire conventionnelle et active, entièrement tournée vers l'objectif de stabilisation de l'inflation. D'autres stratégies monétaires sont envisageables. Une politique monétaire non conventionnelle, caractérisée par le contrôle du taux d'intérêt servi sur les titres publics mériterait une analyse spécifique. Le cas d'une politique contrainte par la positivité du taux d'intérêt nominal sans risque, en trappe à liquidité, modifierait également les résultats. On peut néanmoins conjecturer que la crainte d'une sortie de trappe pourrait permettre de conserver une partie de nos résultats sur le défaut et sur le rôle déstabilisateur des primes de risque. Nous laissons ces questions ouvertes à de futures recherches sur le sujet.

# Annexes

## A Dynamique de la dette et prime de risque

A partir de l'équation budgétaire initiale du gouvernement (18), on obtient, lorsque $\tau_t = \hat{\tau}$ :

$$\frac{\pi_{t+1}y_{t+1}}{y_t}\frac{b_{t+1}}{R_t} = h_t b_t - (\hat{\tau} - \gamma) \tag{A.1}$$

En utilisant la définition du taux sans risque donné par (17) :

$$1/R_t^f = \beta E_t \frac{y_t}{\pi_{t+1}y_{t+1}},$$

on réécrit le terme de gauche de l'équation (A.1) sous la forme :

$$\begin{aligned}\frac{\pi_{t+1}y_{t+1}}{y_t}\frac{b_{t+1}}{R_t} &= R_t^f\left(\beta E_t \frac{y_t}{\pi_{t+1}y_{t+1}}\right)\frac{\pi_{t+1}y_{t+1}}{y_t}\frac{b_{t+1}}{R_t} \\ &= \frac{R_t^f}{R_t}\beta E_t\left(\frac{y_t}{\pi_{t+1}y_{t+1}}\frac{\pi_{t+1}y_{t+1}}{y_t}b_{t+1}\right) = \beta\frac{R_t^f}{R_t}E_t b_{t+1}\end{aligned}$$

En réintroduisant cette expression dans (A.1) que l'on multiplie de chaque coté du signe égal par $\beta^{-1}$ et en notant $\mathbf{p}_t = R_t/R_t^f - 1$, on obtient finalement :

$$\frac{E_t b_{t+1}}{1+\mathbf{p}_t} = (1+r)\,h_t b_t - r\omega^{\text{sup}} \tag{A.2}$$

où on a utilisé (30) et $r = \beta^{-1} - 1$.

## B Démonstration de la proposition 1

Définissons la variable entièrement prédéterminée $\delta_{t-1}$, telle que :

$$\delta_{t-1} \equiv \frac{B_{t-1}}{\bar{\pi}P_{t-1}y_{t-1}}/\omega^{\text{sup}}$$

Il s'agit de la part de la dette dans le PIB contractée en $t-1$, corrigée de l'inflation stationnaire et rapportée à la part limite d'endettement $\omega^{\text{sup}}$. L'intérêt de la correction par $\bar{\pi}$ est de permettre la comparaison du numérateur avec $b_t = B_{t-1}/P_t y_t$. Si l'état stationnaire est caractérisé par un revenu stationnaire, on aura également : $\delta = b/\omega^{\text{sup}}$.

En notant d'autre part :

$$\alpha_t \equiv \bar{\pi}\frac{P_{t-1}y_{t-1}}{P_t y_t}, \tag{B.1}$$

on a finalement :

$$b_t = \alpha_t \delta_{t-1}\omega^{\text{sup}} \tag{B.2}$$

On explique ainsi la part dans le PIB de la dette contractuelle que l'on doit rembourser en $t$ comme le produit de la même dette, mais rapportée au PIB de la période précédente, et de l'inverse du facteur de croissance du PIB nominal de la période, rapporté à sa croissance stationnaire. Sous l'hypothèse de détermination de l'inflation de la section (4.1), on a $\pi_t = \bar{\pi}$ $\forall t$, la variable $\alpha_t$ représente alors l'inverse du facteur de croissance de la productivité, soit $\alpha_t = A_{t-1}/A_t$, et peut être considérée comme exogène. Le défaut est déclenché lorsque $b_t > \omega^{\text{sup}}$, c'est à dire dès que : $\alpha_t > 1/\delta_{t-1}$.

## B.1 Le calcul de la prime de risque $\mathbf{p}_t$

A partir de (16) et (17) et de (B.1), on obtient facilement l'expression de la prime de risque $\mathbf{p}_t = R_t/R_t^f - 1$ en fonction des valeurs futures possibles de $\alpha_{t+1}$ :

$$\mathbf{p}_t = \frac{E_t \alpha_{t+1}}{E_t h_{t+1} \alpha_{t+1}} - 1$$

En notant $G_t(\cdot)$ la fonction de répartition, en $t$, de la variable $\alpha_{t+1}$ et en utilisant la règle de défaut (36), on obtient plus précisément :

$$\mathbf{p}_t = \frac{\Delta_t(\delta_t; \mathbf{h})}{E_t \alpha_{t+1} - \Delta_t(\delta_t; \mathbf{h})} \tag{B.3}$$

avec :

$$\Delta_t \left( \underset{+}{\delta_t}; \underset{-}{\mathbf{h}} \right) \equiv \int_{1/\delta_t} [\alpha - \mathbf{h}/\delta_t] \cdot dG_t(\alpha) \tag{B.4}$$

où les signes sous les arguments de la fonction $\Delta_t(\cdot)$ correspondent aux signes des dérivées partielles.

On peut noter que s'il existe une valeur supérieure $\alpha_{t+1}^{\text{sup}}$ telle que $\alpha_{t+1} \leq \alpha_{t+1}^{\text{sup}}$ et que l'on a : $\delta_t < 1/\alpha_{t+1}^{\text{sup}}$ (pas de défaut possible en $t+1$), alors on a : $\mathbf{p}_t = \Delta_t(\delta_t; \mathbf{h}) = 0$.

A partir de (B.2) que l'on écrit en $t+1$ et en espérance, on trouve :

$$\delta_t = \frac{E_t b_{t+1}}{E_t \alpha_{t+1} \omega^{\text{sup}}}$$

En intégrant ce résultat dans l'expression de la prime de risque, il vient enfin :

$$\mathbf{p}_t = \frac{\Delta_t(E_t b_{t+1}/E_t \alpha_{t+1} \omega^{\text{sup}}; \mathbf{h})}{E_t \alpha_{t+1} - \Delta_t(E_t b_{t+1}/E_t \alpha_{t+1} \omega^{\text{sup}}; \mathbf{h})} \equiv \mathcal{P}_t(E_t b_{t+1}/\omega^{\text{sup}}; \mathbf{h})$$

Si la croissance de la productivité est indépendamment distribuée dans le temps, la fonction $\mathcal{P}(\cdot; \mathbf{h})$ est indépendante de la période.

## B.2 Dynamique et Etat Stationnaire Risqué (ESR)

En utilisant (B.2), on réécrit (A.1) sous la forme :

$$\frac{E_t \alpha_{t+1} \delta_t}{1 + \mathbf{p}_t} = (1 + r) h_t \alpha_t \delta_{t-1} - r$$

En remplaçant $\mathbf{p}_t$ par son expression donnée dans (B.3), on obtient :

$$[E_t\alpha_{t+1} - \Delta_t(\delta_t; \mathbf{h})] \cdot \delta_t = (1+r) h_t \alpha_t \delta_{t-1} - r \tag{B.5}$$

dont la solution implicite peut être notée :

$$\delta_t = \Psi_t \left( (1+r) h_t \alpha_t \underset{+}{\delta_{t-1}} - r; \underset{-}{\mathbf{h}} \right) \tag{B.6}$$

On définit maintenant un "Etat Stationnaire Risqué"(ESR) sans défaut en posant dans l'équation (B.5) : $\delta_t = \delta_{t-1} = \delta^{SS}$, $h_t = 1$, ainsi que $\alpha_t = 1$, $E_t\alpha_{t+1} = 1$ et $\Delta_t(\cdot) = \Delta(\cdot)$. On obtient, après réorganisation des termes :

$$1 = \left[ 1 + \Delta \left( \underset{+}{\delta^{SS}}; \underset{-}{\mathbf{h}} \right) / r \right] \cdot \delta^{SS} \tag{B.7}$$

avec $\Delta\left(\delta^{SS}; \mathbf{h}\right) > 0$.

On déduit sans difficulté de l'équation précédente la valeur stationnaire $\delta^{SS}$ que l'on peut exprimer sous la forme de la fonction implicite suivante :

$$\delta^{SS} = d(\mathbf{h})$$

avec :

$$\frac{\partial d(\mathbf{h})}{\partial \mathbf{h}} = -\frac{\Delta'_{\mathbf{h}}\left(\delta^{SS}; \mathbf{h}\right)}{r/\left(\delta^{SS}\right)^2 + \Delta'_\delta\left(\delta^{SS}; \mathbf{h}\right)} > 0$$

On calculant par ailleurs : $\Delta\left(\delta^{SS}; 0\right) = \int_{1/\delta^{SS}} \alpha \cdot dG(\alpha) > 0$ et $\Delta\left(\delta^{SS}; 1\right) = \int_{1/\delta^{SS}} \left[\alpha - 1/\delta^{SS}\right] \cdot dG(\alpha) > 0$, on vérifie facilement les résultats suivants :

$$0 < d(0) < d(1) < 1$$

Rééxaminons l'équation dynamique (B.5) dans le cas $\alpha_t = 1$ et $\delta_{t-1} < 1$, ce qui entraîne nécessairement $h_t = 1$. On obtient :

$$[1 - \Delta(\delta_t; \mathbf{h})] \cdot \delta_t = (1+r)\delta_{t-1} - r$$

L'analyse précédente a permis de montrer que $\delta^{SS} = d(\mathbf{h}) < 1$ est l'équilibre stationnaire. Dans son voisinage, on a :

$$\left.\frac{\partial \delta_t}{\partial \delta_{t-1}}\right|_{\delta^{SS}} = \frac{1+r}{1 - \Delta\left(\delta^{SS}; \mathbf{h}\right) - \Delta'_\delta\left(\delta^{SS}; \mathbf{h}\right) \cdot \delta^{SS}} > 1$$

L'équilibre stationnaire risqué (B.7) est donc instable. Supposons qu'il n'y ait pas de choc en $t$ $(\alpha_t = 1)$. On a $b_t = \alpha_t \delta_{t-1} \omega^{\sup} = \delta_{t-1}\omega^{\sup}$. Supposons que $\delta_{t-1}$ (et resp. $b_t$) vérifie : $\delta^{SS} < \delta_{t-1} < 1$ (et $b^{SS} < b_t < \omega^{\sup}$ avec $b^{SS} = \delta^{SS}\omega^{\sup}$), alors, en absence de nouveaux choc, la part de la dette dans le PIB augmente jusqu'à dépasser $\omega^{\sup}$, ce qui déclenchera le défaut. En revanche, si la part de la dette vérifie $b_t < b^{SS}$, alors la part de la dette dans le PIB convergera, en absence de nouveau choc, vers son état stationnaire ciblé : $\bar{\omega}$.

# C Démonstration de la proposition 2

On cherche enfin la condition permettant de vérifier : $\mathbf{h} < \delta^{SS} = d(\mathbf{h})$. Soit $\boldsymbol{\delta}$, la valeur critique telle que : $\boldsymbol{\delta} = d(\boldsymbol{\delta})$. A partir de l'équation (B.7), on a :

$$\boldsymbol{\delta} = \frac{r}{r + \Delta(\boldsymbol{\delta}; \boldsymbol{\delta})} \tag{C.1}$$

avec : $\Delta(\boldsymbol{\delta}; \boldsymbol{\delta}) = \int_{1/\boldsymbol{\delta}} [\alpha - 1] \cdot dG(\alpha)$ et

$$\frac{\partial \Delta(\boldsymbol{\delta}; \boldsymbol{\delta})}{\partial \boldsymbol{\delta}} = \frac{1 - \boldsymbol{\delta}}{\boldsymbol{\delta}} g(1/\boldsymbol{\delta}) > 0$$

Le terme de droite de l'équation (C.1) étant décroissant en $\boldsymbol{\delta}$ et le terme de gauche, croissant, la solution, si elle existe, est unique. Comme on a également $0 < \Delta(1; 1) = \int_1 [\alpha - 1] \cdot dG(\alpha) < E(\alpha) = 1$, la solution existe.

On a déjà montré que $d(\mathbf{h})$ était une fonction croissante vérifiant : $0 < d(0) < d(1) < 1$. Cela implique $\mathbf{h} < d(\mathbf{h})$ si $\mathbf{h} < \boldsymbol{\delta}$ et $\mathbf{h} > d(\mathbf{h})$ si $\mathbf{h} > \boldsymbol{\delta}$.

# Références


[1] Bi, H. (2011). "Sovereign default risk premia, fiscal limits, and fiscal policy", *Working Paper 2011-10, Bank of Canada.*

[2] Blanchard, O.J. (2004). "Fiscal Dominance And Inflation Targeting : Lessons From Brazil", *NBER Working Paper 10389.*

[3] Buiter, W. H. (2002). "The fiscal theory of the price level : A critique", *Economic Journal,* 112(481), 459–480.

[4] Cœurdacier N., H. Rey, P. Winant (2011). "The Risky Steady-State", *American Economic Review,* 101(3), 398-401.

[5] Cochrane, J. (2001). "Long-Term Debt and Optimal Policy in the Fiscal Theory of the Price Level", *Econometrica*, Vol. 69 No. 1, pp. 69-116.

[6] Daniel B., Ch. Shiamptanis (2010). "Fiscal Risk in a Monetary Union", *manuscript*, University at Albany -SUNY.

[7] Davig, T., E. Leeper, T. Walker (2011). "Inflation and the Fiscal Limit", *European Economic Review,* 55(1), pp. 31-47

[8] Juessen, F., L. Linnemann, A. Schabert (2011). "Understanding default risk premia on public debt", *mimeo, University of Amsterdam.*

[9] Leeper, E. (1991). "Equilibria under 'Active' and 'Passive'Monetary Policies", *Journal of Monetary Economics,* Vol. 27, No. 1, pp. 129-147.

[10] Loyo E. (1999) : "Tight Money Paradox On The Loose : A Fiscalist Hyperinflation", *mimeo, JFK School of Government, Harvard University.*

[11] Sargent, Th., N. Wallace (1981). "Some unpleasant monetarist arithmetic", *Quarterly Review, Federal Reserve Bank of Minneapolis*, issue Fall.

[12] Sims, C. (1994). "A Simple Model for Study of the Determination of the Price Level and the Interaction of Monetary and Fiscal Policy", *Economic Theory* Vol. 43, No. 3, pp. 381-399.

[13] Uribe, M. (2006). "A Fiscal Theory of Sovereign Risk", *Journal of Monetary Economics,* Vol. 53, pp. 1857-1875.

[14] Woodford, M. (1994). "Monetary Policy and Price Level Determinacy in a Cash-in-Advance Economy", *Economic Theory,* Vol. 43, No. 3, pp. 345-380.

[15] Woodford, M. (1995), "Price Level Determinacy without Control of a Monetary Aggregate", *Carnegie-Rochester Conference Series on Public Policy,* Vol. 43, pp. 1-46.