EPEE
UNIVERSITE D'EVRY
VAL D'ESSONNE

DOCUMENT DE RECHERCHE

EPEE

CENTRE D'ETUDE DES POLITIQUES ECONOMIQUES DE L'UNIVERSITÉ D'EVRY

Croissance, inflation et bulles

Michel GUILLARD

98 – 01

UNIVERSITE D'EVRY – VAL D'ESSONNE, 4 BD. FRANCOIS MITTERRAND, 91025 EVRY CEDEX

Croissance, inflation et bulles[1]

Michel Guillard

E.P.E.E., Université d'Evry val d'Essonne
4 Bd François Mitterrand, 91025 Evry Cedex, France.
E.Mail : guillard@eco.univ-evry.fr

Première version : novembre 1997

Cette version : aout 1998

Résumé : *L'objet de cet article est de montrer, dans le cadre d'un modèle à générations imbriquées, que la politique monétaire peut avoir des effets fort différents sur l'inflation et sur la croissance selon i) la forme et le but de la politique monétaire : seigneuriage, réductions d'impôts ou monétisation de la dette publique; ii) l'existence, ou non, d'une bulle financière. La création monétaire a des caractéristiques opposées et emprunte des canaux différents suivant le type d'équilibre qui s'établit. On montre notamment que l'économie se conforme naturellement aux propositions ricardiennes et monétaristes en présence d'une bulle financière et s'en écarte dans le cas contraire. Le modèle permet également de rendre compte, en l'absence de bulle, de l'existence d'une corrélation positive à court terme et négative à long terme entre inflation et croissance.*

[1] Une version préliminaire de ce papier a été rédigée et présentée lors d'un séjour à l'Université Catholique Pontificale de Rio de Janeiro (PUC-RJ); séjour financé dans le cadre d'un accord CAPES-COFECUB. Je tiens à remercier les membres du séminaire de la PUC-RJ pour leur commentaires, et tout particulièrement Walter Novaes. Cette version doit également beaucoup au membres des séminaires de l'EPEE (Evry), du MAD (Paris 1), du CREST (Ensae) et à ceux du "séminaire sur les modèles à générations imbriquées" (Paris 1). Je reste seul responsable des eventuelles erreurs et imprécisions.

Introduction

Le thème de la monnaie et de la politique monétaire a occupé une place respectable dans les débats portant sur la théorie “néoclassique” de la croissance et ce, depuis les articles fondateurs de Tobin (1965) et Sidrauski (1967). On peut trouver dans Orphanides & Solow (1990) une revue de la littérature fort complète sur le sujet. Ce thème connaît néanmoins un renouveau important depuis quelques années. Le recours aux modèles de croissance endogène a, en effet, permis d’ajouter une nouvelle question à cette problématique : la politique monétaire et l’inflation ont-elles un effet sur le taux de croissance économique de long terme?

L’aspect théorique de cette question semble d’autant plus important que l’examen des faits ne permet pas d’y apporter une réponse sans équivoque. D’une part, Levine & Renelt (1992), Roubini & Sala-i-Martin (1992), Fisher (1993) et Barro (1996) trouvent que l’inflation - souvent considérée comme une *proxi* ou du moins une conséquence de la politique monétaire - est négativement corrélée à la croissance. D’autre part, Bullard & Keating (1995) ainsi que McCandless & Weber (1995) montrent que, sur leurs échantillons respectifs, un choc inflationniste permanent n’affecte pas le taux de croissance de long terme, sauf pour les pays de l’OCDE où ils mettent en évidence l’existence d’une corrélation faiblement positives entre ces deux variables.

Les études théoriques ne sont pas moins ambiguës. Gomme (1993), Marquis & Reffett (1995), Jones & Manuelli (1995), Palivos & Yip (1995) et Zhang (1996) montrent qu’un accroissement de la création monétaire et de l’inflation réduit la croissance. A l’opposé, Van der Ploeg & Alogoskoufis (1994) ainsi que Mino & Shibata (1995) donnent un certain nombre de conditions sous lesquelles une politique monétaire inflationniste peut stimuler la croissance économique.

Ces résultats contradictoires ne sont pourtant pas surprenants. Ils prolongent en fait les analyses existantes, précédemment développées dans le cadre de modèles de croissance néoclassiques, mais portant alors sur le capital par tête et non pas sur le taux de croissance de long terme. Deux traits essentiels expliquent les différences entre les résultats des travaux cités plus hauts : d’une part l’existence ou non d’une déconnexion entre les générations (ou dynasties) (*i*) et, d’autre part, le degré de substituabilité entre monnaie et capital (*ii*). Précisons ces points en prenant l’exemple d’une politique de création monétaire associée à une réduction des prélèvements fiscaux (ou à une augmentation des transferts forfaitaires) :

i) Lorsque les agents susceptibles d’échanger dans le futur ne sont pas tous présents aujourd’hui, le poids de la taxe inflationniste associée à une augmentation permanente du taux de croissance de la masse monétaire n’est pas compensé par les subventions futures versées sous formes de monnaie, subventions qui seront partagéees par un plus grand nombre d’individus. Cet effet richesse (négatif) doit pousser les agents à consommer moins et à épargner davantage. L’augmentation du stock de capital qui en résulte peut stimuler durablement la croissance lorsque celle-ci est endogène. Cet effet ne joue évidemment pas dans un modèle dynastique si de nouvelles dynasties n’apparaissent pas au cours du temps.

ii) En l'absence d'effets richesse, l'existence d'une complémentarité forte entre capital et encaisses réelles permet d'expliquer l'apparition d'une corrélation négative entre croissance et inflation. Cette dernière entrainant une diminution de la valeur d'équilibre des encaisses réelles peut également se traduire par une réduction du stock de capital et du taux de croissance en présence, par exemple, d'une contrainte de transaction (*Cash in Advance*) portant (également) sur le capital.

La diversité de ces résultats théoriques, mais encore plus celle des résultats empiriques, doit nous pousser à chercher un cadre susceptible d'expliquer différentes réactions possible d'une même économie sujette à une expérience de politique monétaire inflationniste ou déflationniste. C'est l'objet de cet article. On montre plus précisément, dans le cadre d'un modèle de croissance endogène avec générations imbriquées, que la politique monétaire peut avoir des effets fort différents sur l'inflation et sur la croissance selon : *a)* la forme et le but de la politique monétaire : seigneuriage, réductions d'impôts ou monétisation de la dette publique; *b)* l'existence, ou non, d'une bulle financière.

La création monétaire a des caractéristiques opposées et emprunte des canaux différents suivant le type d'équilibre qui s'établit. On montre notamment que l'économie se conforme naturellement aux propositions ricardiennes et monétaristes en présence d'une bulle financière et s'en écarte dans le cas contraire.

Le modèle permet également de rendre compte, en l'absence de bulle, de l'existence d'une corrélation positive à court terme et négative à long terme entre inflation et croissance.

La section 1 présente le modèle de référence. La section 2 permet d'étudier la dynamique générale du modèle, ainsi que les conditions d'existence des différents équilibres dans le cas simplifié d'un taux d'épargne constant. La section 3 propose une extension du modèle au cas d'un taux d'épargne variable et la section 4 permet d'étudier les effets de différentes mesures de politique monétaire sur l'inflation et la croissance. La dernière section propose une conclusion.

1. Un modèle illustratif

Le cadre général de l'économie est inspiré du modèle de croissance avec bulle de Yanawaga & Grossman (1993) mais intègre explicitement *i)* de la monnaie, sous la forme d'une contrainte de détention pesant sur les consommateurs (qui pourra être saturée ou non), et *ii)* un gouvernement, qui consomme des biens, prélève des impôts et émet de la monnaie ainsi que des titres.

L'horizon de l'économie est infini et le temps est divisé en périodes discrètes indéxées par $t = 0, 1, 2,...$ A chaque période t apparaît une nouvelle génération d'individus composée de N_t agents vivant chacun deux périodes. Une génération initiale composée de "vieux agents" (indicés par la lettre v) coexiste, à la période 0, avec les "jeunes agents" (indicés par j) et détient la totalité des actifs de l'économie. Les anticipations sont supposées parfaites et les prix flexibles.

1.1 Les consommateurs

Chaque génération est composée d'individus identiques ne valorisant que les consommations présentes, c^j, et futures, c^v. Leurs préférences sont supposée être strictement croissantes, strictement convexes et homothétiques. Elles peuvent être représentées par une fonction d'utilité intertemporelle $U(c^j, c^v)$. Enfin, les consommations de première et de seconde périodes ne sont pas compléments bruts[1].

Chaque agent est doté d'une quantité de travail $\ell = 1$ qu'il offre inélastiquement, lorsqu'il est jeune, en l'échange d'un salaire réel w_t. L'individu choisit alors de répartir son revenu - net des impôts prélevés par l'Etat, τ_t - entre consommation, monnaie, titres publics et un portefeuille d'actions. En notant respectivement m_t et b_t, l'encaisse réelle et la valeur réelle de bons du trésor à court terme que l'agent désire détenir, q_t, la quantité d'actions qu'il acquière et v_t le prix d'une action exprimé en termes de biens, sa contrainte budgétaire de première période s'écrit :

$$c_t^j + v_t q_t + b_t + m_t \leq w_t - \tau_t$$

Les bons du trésors sont supposés être des titres à une période dont le prix monétaire est normalisé à 1 et qui assurent à leur détenteur un taux d'intérêt nominal i_{t+1}. Au terme d'une période, le propriétaire d'une action reçoit également un dividende d_{t+1} et peut revendre son action à un prix v_{t+1}. Les anticipations étant supposées parfaites, toutes les variables futures représentent à la fois les valeurs attendues et réalisées. En notant p_t le prix du bien à la période t, la contrainte budgétaire de seconde période s'écrit :

$$c_{t+1}^v \leq (v_{t+1} + d_{t+1})\, q_t + (1 + i_{t+1})\, p_t b_t / p_{t+1} + p_t m_t / p_{t+1}$$

En définissant $R_{t+1} = (1 + i_{t+1})\, p_t / p_{t+1}$, le facteur de rendement réel d'un titre public, les deux contraintes précédentes peuvent être agrégées pour former la contrainte budgétaire intertemporelle de l'agent. Celle-ci s'écrit:

$$c_t^j + \frac{c_{t+1}^v}{R_{t+1}} + \left(1 - \frac{p_t}{p_{t+1} R_{t+1}}\right) m_t + \left(v_t - \frac{v_{t+1} + d_{t+1}}{R_{t+1}}\right) q_t \leq w_t - \tau_t$$

En l'absence d'incertitude, la condition de non-arbitrage $R_{t+1} = (v_{t+1} + d_{t+1}) / v_t$, qui correspond à l'égalité des taux de rendement des actions et des bons du trésor, doit être vérifiée à l'équilibre pour que les agents soient disposés à détenir ces deux types d'actif. L'équation précédente se réécrit alors plus simplement :

$$c_t^j + \frac{c_{t+1}^v}{R_{t+1}} + \left(\frac{i_{t+1}}{1 + i_{t+1}}\right) m_t \leq w_t - \tau_t \tag{1}$$

où il apparaît bien que la détention de monnaie est coûteuse lorsque le taux d'intérêt nominal est positif. Dans un tel cas, l'agent ne conservera de la monnaie que si elle lui procure un service de liquidité ou si l'Etat impose une contrainte légale de détention de monnaie. De

[1] Ces hypothèses sont notamment vérifiées lorsque la fonction d'utilité est de type C.E.S. avec une élasticité de substitution (intertemporelle) supérieure à l'unité. Nous considérerons également le cas d'une fonction d'utilité log-linéaire dont l'élasticité de substitution est unitaire.

manière formelle, c'est cette seconde hypothèse que nous retiendrons. Plus précisément, le consommateur est supposé être assujetti à une contrainte de réserve obligatoire; une partie β de son épargne doit être conservée sous forme de monnaie :

$$m_t \geq \beta s_t = \beta \cdot \left(w_t - \tau_t - c_t^j\right) \tag{2}$$

Il aurait été possible de supposer, alternativement, que les consommateurs sont soumis à une contrainte de type *Cash in Advance*. Néanmoins, un modèle à deux périodes se prête assez mal à ce type de formalisation : faire peser la contrainte sur la consommation de première période n'a pas grand sens, si la monnaie est conservée entre t et $t+1$, alors qu'une contrainte portant sur la consommation de seconde période présente l'inconvénient de faire apparaître une relation positive entre la demande de monnaie et le taux d'intérêt nominal, pour des valeurs raisonnables de l'élasticité de substitution intertemporelle... L'introduction de la monnaie dans la fonction d'utilité resterait, en définitive, une assez bonne manière de justifier la détention de monnaie dans un modèle à générations à deux périodes mais présente un autre inconvénient : si l'utilité marginale de la monnaie est toujours positive, il est alors exclu de voir apparaître une bulle rationnelle sur la monnaie[2]. En fait, l'équation (2) n'est pas incompatible avec l'idée selon laquelle la monnaie rendrait un service de liquidité, le paramètre β pouvant alors s'interpréter comme étant inversement relié au degré de développement financier et positivement relié au niveau de la "répression financière" - répression dont la contrainte de réserve obligatoire ne constitue que l'une des multiples formes envisageables. Cette hypothèse permet également de rendre compte d'une forte complémentarité entre monnaie et épargne et donc, en l'absence de bulle financière, entre monnaie et capital.

Le programme de l'agent consiste à choisir c_t^j, c_{t+1}^v et m_t afin de maximiser $U\left(c_t^j, c_{t+1}^v\right)$ sous les contraintes (1) et (2). Le résultat de ce programme dépend essentiellement de la valeur du taux d'intérêt nominal i_{t+1}. Le cas où ce dernier est négatif peut d'ores et déjà être exclu. Les consommateurs auraient intérêt à placer toute leur épargne sous forme de monnaie et ne détiendraient aucune action. Comme nous le verrons plus loin, cela se traduirait par une absence totale d'accumulation de capital et donc de production future de bien. La monnaie conservée par les agents n'aurait alors aucune valeur, ce qui contredit l'hypothèse initiale. Restent les cas $i_{t+1} = 0$ et $i_{t+1} > 0$. Désignons par $\tilde{R}_{t+1}$ le facteur de rendement d'un placement détenu pour une partie β sous forme de monnaie et pour une partie $(1-\beta)$ sous forme d'actions :

$$\tilde{R}_{t+1} = \beta \left(p_t / p_{t+1}\right) + (1-\beta) R_{t+1} \tag{3}$$

On peut alors montrer que l'épargne individuelle peut s'exprimer de la manière suivante:

$$s_t = \alpha\left(\tilde{R}_{t+1}\right) \cdot \left(w_t - \tau_t\right) \tag{4}$$

où la fonction $\alpha(\cdot)$ est non décroissante sous les hypothèses adoptées. La linéarité de la fonction d'épargne par rapport au revenu net provient du caractère homothétique des préférences: la structure intertemporelle de la consommation et donc le taux d'épargne ne dépendent que du prix relatif de la consommation future $(1/\tilde{R}_{t+1})$. La non-décroissance de $\alpha(\cdot)$ résulte, quant-à-elle, de l'hypothèse de non-complémentarité brute entre les consommations présente

[2] Voir Tirole (1985) pour une démonstration de ce résultat.

et future. Le fait que $\tilde{R}_{t+1}$ soit le rendement effectif de l'épargne apparaît plus clairement lorsque l'on distingue les deux cas suivants :

i) cas : $i_{t+1} = 0$. Dans ce cas, par définition de i_{t+1}, on a $\tilde{R}_{t+1} = (p_t/p_{t+1}) = R_{t+1}$. Les consommateurs détiennent indifféremment de la monnaie, des actions et des titres publics mais la condition $m_t \geq \beta s_t$ doit être vérifiée à l'équilibre. Nous dirons dans ce cas qu'il s'agit d'un "régime de réserves excédentaires" (RE).

ii) cas : $i_{t+1} > 0$. La détention de monnaie étant coûteuse, les agents saturent leur contrainte de réserve obligatoire en détenant une part β de leur épargne sous forme de monnaie : $m_t = \beta s_t$. Le taux de rendement de l'épargne est alors une moyenne pondérée des taux de rendement de la monnaie (p_t/p_{t+1}) et des autres actifs (R_{t+1}) et vérifie :

$$p_t/p_{t+1} < \tilde{R}_{t+1} = \beta\left(p_t/p_{t+1}\right) + (1-\beta)R_{t+1} < R_{t+1}$$

Ce cas sera naturellement appelé "régime de réserves obligatoires" (RO).

1.2 Les entreprises

Combiné à un stock de capital, le travail des jeunes est utilisé par les entreprises afin de produire un bien unique. Celui-ci fait office de bien de consommation mais peut également être utilisé sous forme de capital à la période suivante. Sous cette dernière forme, le bien est partiellement détruit au cours de son utilisation : si K_t est le stock de capital accumulé à la période t-1, $(1-\eta)K_t$ représente le stock résiduel au terme de la période de production t.

La fonction de production exhibe des rendements individuellement constants mais intègre une externalité liée au savoir-faire des salariés qui affecte l'efficacité du travail d'une manière que l'on suppose proportionnelle au stock moyen de capital par agent d'une génération[3] : $\bar{k}_t = \bar{K}_t/N_t$. La constance des rendements d'échelle nous permet, sans perte de généralité, de nous concentrer sur l'étude d'une entreprise représentative; on a :

$$Y_t \leq F\left(K_t, \bar{k}_t L_t\right) = f\left(\hat{k}_t\right).\bar{k}_t L_t \tag{5}$$

avec $\hat{k}_t = K_t/\left(\bar{k}_t L_t\right)$, où la variable $\bar{k}_t$ est prise comme donné par l'entreprise. Le terme $\hat{k}_t$ représente "l'intensité capitalistique efficace", c'est-à-dire le stock de capital par unité de travail efficace; $f\left(\hat{k}_t\right)$ est dés lors la production (efficiente) par unité de travail efficace.

L'entrepreneur est supposé avoir pour objectif de veiller aux intérêts des actionnaires. Les décisions qu'il doit prendre à la période t visent à offrir aux agents ayant acquis l'entreprise en $t-1$ le rendement le plus élevé possible sur leur investissement. Celui-ci inclut les dividendes versés en t ainsi que la plus-value réalisée lors de la revente des actions. En notant q_{t-1} le nombre d'actions détenues entre $t-1$ et t, l'objectif que maximise l'entrepreneur peut s'écrire:

$$A_t = q_{t-1} \cdot (v_t + d_t)$$

[3] Il existe donc un effet de congestion dans le processus d'apprentissage par la pratique.

Définissons $D_t = q_{t-1}d_t$, les dividendes agrégés versés par la firme au cours de la période t. Ils sont donnés par l'expression suivante:

$$D_t = Y_t - w_t L_t - I_t + \Delta q_t \cdot v_t$$

Δq_t représente l'émission de nouvelles actions au cours de la période t, et $I_t = K_{t+1} - (1-\eta)K_t$, l'investissement brut. En notant $V_t = q_t v_t$, la valeur boursière totale de l'entreprise, son objectif se réécrit après quelques calculs :

$$A_t = (Y_t - w_t L_t + (1-\eta)K_t) + V_t - K_{t+1}$$

En utilisant la condition de non-arbitrage, $R_{t+1} = (v_{t+1} + d_{t+1})/v_t$, on obtient enfin :

$$A_t = (Y_t - w_t L_t + (1-\eta)K_t) + \left(\frac{\Pi_{t+1} + V_{t+1} - K_{t+2}}{R_{t+1}}\right)$$

où $\Pi_{t+1} = Y_{t+1} - w_{t+1}L_{t+1} - (r_{t+1} + \eta)\,K_{t+1}$ représente le profit futur anticipé, tel que l'on a l'habitude de l'écrire, $r_{t+1} = R_{t+1} - 1$ étant le taux d'intérêt réel.

Le programme de l'entreprise revient à choisir $L_{t,}$ L_{t+1} et K_{t+1} afin de maximiser A_t sous la contrainte (5). Si les marchés sont concurrentiels, on se trouve à chaque période sur une frontière des prix des facteurs et les solutions de ce programme sont :

$$\begin{aligned} w_{t+i} &= \left[f\left(\hat{k}_{t+i}\right) - \hat{k}_{t+i}f'\left(\hat{k}_{t+i}\right)\right] \cdot \bar{k}_{t+i} \quad i = 0\,,1 \\ r_{t+1} &= \left[f'\left(\hat{k}_{t+1}\right) - \eta\right] \end{aligned}$$

Lorsque le marché du travail est équilibré, on a de plus, pour tout t : $L_t = N_t$. Par définition de $\hat{k}_t$ et de $\bar{k}_t$ et en posant $\bar{K}_t = K_t$, on trouve :

$$\hat{k}_t = \frac{K_t}{\bar{k}_t N_t} = \frac{K_t}{(K_t/N_t)\,N_t} = 1\ \forall t$$

Les prix des facteurs s'écrivent alors plus simplement:

$$\begin{aligned} w_{t+i} &= [f(1) - f'(1)] \cdot k_{t+i} = \hat{\omega} \cdot k_{t+i} \quad i = 0\,,1 \\ r_{t+1} &= [f'(1) - \eta] = R - 1 \quad \forall t \end{aligned} \tag{6}$$

où $\hat{\omega}$ représente le montant des salaires par unité de capital.

Définissons, $Z_t = V_t - K_{t+1}$, l'excès de la valeur boursière sur la valeur comptable. En notant que la rémunération des facteurs épuise le revenu, les deux précédentes écritures de l'objectif A_t permettent d'obtenir :

$$Z_{t+1} = R \cdot Z_t \tag{7}$$

Z_t représente une bulle (rationnelle) sur le marché des actions. L'équation (7) montre qu'elle doit croître, si elle existe, au taux $(R-1)$ qui est également le taux d'intérêt versé sur les titres publics.

1.3 L'Etat

En raisonnant au niveau du budget consolidé de l'Etat, ce dernier finance ses dépenses budgétaires et rembourse sa dette antérieure en prélevant des impôts sur les salariés et en émettant une nouvelle dette ainsi que de la monnaie. En notant B_t la valeur nominale des titres publics émis à la période t, M_t, la masse monétaire, G_t, les dépenses réelles et T_t, les taxes réelles, la contrainte budgétaire de l'Etat s'écrit :

$$B_t + (M_t - M_{t-1}) + p_t T_t = p_t G_t + (1 + i_t) B_{t-1}$$

En définissant les variables réelles par unité de travail efficace (et donc par unité de capital), que l'on notera $\hat{b}_t = B_t/p_t K_t$, $\hat{m}_t = M_t/p_t K_t$, $\hat{g}_t = G_t/K_t$ et $\hat{\tau}_t = T_t/K_t$, la contrainte budgétaire de l'Etat peut se réécrire sous la forme suivante :

$$\hat{b}_t + \hat{m}_t = (\hat{g}_t - \hat{\tau}_t) + R \cdot \hat{b}_{t-1}/\gamma_t + x_t \cdot \hat{m}_{t-1}/\gamma_t$$

où $\gamma_t = K_t/K_{t-1}$ représente le facteur de croissance du stock de capital et $x_t = p_{t-1}/p_t$, le rendement brut de la monnaie. Le terme entre parenthèses représente le déficit primaire par unité de capital.

En suivant Sargent & Wallace (1981), nous supposerons que l'Etat est composé de deux administrations distinctes : le gouvernement et la Banque Centrale. Si le gouvernement décide de maintenir constante la part du déficit dans le P.I.B., la banque centrale ne dispose plus que d'un degré de liberté dans le choix de sa politique monétaire. Nous supposerons qu'elle cherche à stabiliser la structure de son passif en contrôlant la variable $\delta_t = M_t/(M_t + B_t)$. La contrainte précédente se réécrit alors :

$$\hat{m}_t/\delta_t = (\hat{g}_t - \hat{\tau}_t) + \left(\frac{[\delta_{t-1} x_t + (1 - \delta_{t-1}) R]}{\gamma_t} \right) \hat{m}_{t-1}/\delta_{t-1} \tag{8}$$

Le terme $[\delta_{t-1} x_t + (1 - \delta_{t-1}) R]$ représente le facteur d'intérêt moyen versé par l'Etat sur les actifs publics. L'avantage de cette règle réside dans sa capacité de stabilisation, tout en laissant à l'institution monétaire une marge de liberté dans le choix de δ_t. Si la banque centrale choisissait de contrôler le taux de croissance de la masse monétaire, son choix devrait se porter sur l'unique taux compatible avec le maintient d'une dette positive non explosive[4]. Le respect de la contrainte budgétaire intertemporelle de l'Etat et la prise en compte des conditions d'équilibre imposeront des restriction supplémentaires sur le choix des variables $\hat{g}_t$, $\hat{\tau}_t$ et δ_t.

[4] Voir, par exemple, Weil (1987).

1.4 Détermination du taux de croissance

L'épargne réelle agrégée, $S_t = N_t \alpha \left(\tilde{R}_{t+1} \right) \cdot (w_t - \tau_t)$, est détenue sous forme d'actions, de titres publics et d'encaisses réelles :

$$S_t = V_t + (B_t + M_t) / p_t$$

En rappelant que la valeur des actions comprend la valeur comptable des firmes (éventuellement) augmentée de la bulle financière, $V_t = K_{t+1} + Z_t$, et en divisant les deux membres de l'égalité précédente par le stock de capital contemporain (ou identiquement par le travail efficace $\bar{k}_t N_t$), l'équation précédente se réécrit :

$$\frac{\alpha \left(\tilde{R}_{t+1} \right) \cdot (N_t w_t - N_t \tau_t)}{K_t} = \frac{K_{t+1}}{K_t} + \frac{Z_t}{K_t} + \frac{(M_t + B_t) / p_t}{K_t}$$

En utilisant les notations intensives, et la valeur d'équilibre du salaire donnée par l'équation (6), il vient :

$$\alpha \left(\tilde{R}_{t+1} \right) \cdot (\hat{\omega} - \hat{\tau}_t) = K_{t+1}/K_t + \hat{z}_t + \left(\hat{b}_t + \hat{m}_t \right)$$

avec $\hat{\tau}_t = N_t \tau_t / K_t$. En définissant la fonction : $\tilde{\alpha}(x_{t+1}) = \alpha \left(\tilde{R}_{t+1} \right) = \alpha (\beta x_{t+1} + (1 - \beta) R)$ et en rappelant que $\hat{m}_t = \delta_t \left(\hat{m}_t + \hat{b}_t \right)$, on obtient enfin:

$$\gamma_{t+1} = \tilde{\alpha}(x_{t+1}) \cdot (\hat{\omega} - \hat{\tau}_t) - \hat{m}_t / \delta_t - \hat{z}_t \qquad (9)$$

où $\gamma_{t+1} = K_{t+1}/K_t$ définit le facteur de croissance de l'économie. Celui-ci dépend positivement du rendement de la monnaie et négativement des prélèvements publics $\hat{\tau}_t$, du passif de l'Etat, $\hat{m}_t / \delta_t = \hat{b}_t + \hat{m}_t$, ainsi que de la bulle financière $\hat{z}_t$, ces dernières variables étant exprimées sous forme intensive.

On rappelle, enfin, que la détention de monnaie doit vérifier la contrainte de réserve obligatoire que l'on réécrit sous forme intensive : $\hat{m}_t \geq \beta \cdot \alpha \left(\tilde{R}_{t+1} \right) \cdot (\hat{\omega} - \hat{\tau}_t)$, ou encore :

$$\hat{m}_t \geq \beta \cdot \tilde{\alpha}(x_{t+1}) \cdot (\hat{\omega} - \hat{\tau}_t) \qquad (10)$$

Quant à la bulle financière, lorsqu'elle existe, elle doit suivre la loi d'évolution donnée par l'équation (7), ou encore, avec les notations intensives :

$$\hat{z}_{t+1} = R \cdot \hat{z}_t / \gamma_{t+1} \qquad (11)$$

Le modèle que nous étudions se résume donc aux équations (8) à (11).

2. Typologie des équilibres : le cas d'un taux d'épargne fixe

La présence d'une contrainte de réserves obligatoires de type inégalité (large) et la possibilité d'apparition d'une bulle financière (sur les actions) sont *a priori* susceptibles d'engendrer quatre types d'équilibres à anticipations rationnelles. Pour certaines valeurs des paramètres, une situation d'équilibres multiples peut alors apparaître. Nous allons montrer, dans la première partie de cette section, que l'utilisation du critère de sélection d'équilibres à anticipations rationnelles le plus souvent retenu : "le critère de détermination", permet de résoudre ce problème de multiplicité et réduit à deux le nombre de régimes à étudier[5]. La suite de cette section sera consacrée à l'étude des deux équilibres restants, ainsi qu'à leurs conditions d'existence.

Afin de nous concentrer sur les équilibres stationnaires, on restreint l'étude au cas où le gouvernement fixe la part des dépenses et celle des impôts dans le PIB à un niveau constant et où la Banque Centrale maintient la structure du passif de l'Etat à un niveau stationnaire. On a donc $\hat{g}_t = \hat{g}$, $\hat{\tau}_t = \hat{\tau}$ et $\delta_t = \delta \; \forall t$.

2.1 Dynamique globale et sélection d'équilibres

La dynamique globale du modèle peut s'avérer être relativement compliquée dans le cas général; aussi se limitera-t-on, ici, au cas simplifié où le taux d'épargne est inélastique au taux d'intérêt. Cette hypothèse sera relachée dans la section suivante.

Réécrivons les 4 équations fondamentales du modèle dans le cas $\alpha(\tilde{R}) = \bar{\alpha} \; \forall \tilde{R}$ et en définissant la variable $\bar{s} = \bar{\alpha} \cdot (\hat{\omega} - \hat{\tau})$, l'épargne par unité de capital, ainsi qu'une nouvelle variable : $\hat{a}_t = \hat{m}_t + \hat{b}_t = \hat{m}_t/\delta$, qui représente le passif total de l'Etat par unité de capital. On obtient :

$$\begin{aligned}
\hat{a}_{t+1} &= (\hat{g} - \hat{\tau}) + \left(\frac{[\delta x_t + (1-\delta) R]}{\gamma_{t+1}}\right) \cdot \hat{a}_t && (8') \\
\gamma_{t+1} &= \bar{s} - \hat{a}_t - \hat{z}_t && (9') \\
\hat{a}_t &\geq \bar{a} \overset{def}{=} (\beta/\delta) \cdot \bar{s} && (10') \\
\hat{z}_{t+1} &= R \cdot \hat{z}_t / \gamma_{t+1} && (11')
\end{aligned}$$

Deux cas doivent être distingués suivant que la contrainte (10') est saturée ou non :

Le régime de réserves obligatoires

En utilisant (10') à l'égalité et (9'), l'équation (11') se réécrit :

$$\hat{z}_{t+1} = \frac{R \cdot \hat{z}_t}{[1 - \beta/\delta] \cdot \bar{s} - \hat{z}_t} \tag{12}$$

[5] Nous négligeons en cela l'études des équilibres à tâches solaires pouvant apparaître autours d'équilibres indéterminés.

qui définit une loi d'évolution dynamique indépendante pour la variable $\hat{z}_t$. Celle-ci peut néanmoins être représentée dans un plan $(\hat{a}_t,\ \hat{z}_t)$ sur une droite verticale passant par le point $\bar{a}$, le second terme de l'inégalité (10'). On vérifie alors, sans difficultés, que $\hat{z}_{t+1} \geq \hat{z}_t$ lorsque $\hat{z}_t \geq [1-\beta/\delta] \cdot \bar{s} - R$ (voir figure 1)[6].

Le régime de réserves excédentaires

L'équation (10') n'est pas saturée lorsque les agents acceptent de détenir indifféremment de la monnaie, des titres publics ou encore des actions. Ce cas se présente lorsque le taux d'intérêt nominal est nul ou, de manière équivalente, lorsque $x_{t+1} = R$. Les équations (8') et (11') se réécrivent alors, en utilisant (9'):

$$\hat{a}_{t+1} = (\hat{g} - \hat{\tau}) + \frac{R \cdot \hat{a}_t}{\bar{s} - \hat{a}_t - \hat{z}_t} \tag{13}$$

$$\hat{z}_{t+1} = \frac{R \cdot \hat{z}_t}{\bar{s} - \hat{a}_t - \hat{z}_t} \tag{14}$$

La dynamique associée à ce système d'équations est étudiée en annexe 1 dans le cas d'un déficit public vérifiant :

$$(\hat{g} - \hat{\tau}) > 0 \tag{H1a}$$

$$(\hat{g} - \hat{\tau}) < \left[\sqrt{\bar{s}} - \sqrt{R}\right]^2 \tag{H1b}$$

Dynamique globale et équilibres stationnaires

La figure 1 présente la dynamique obtenue sous la forme d'un diagrame des phases.

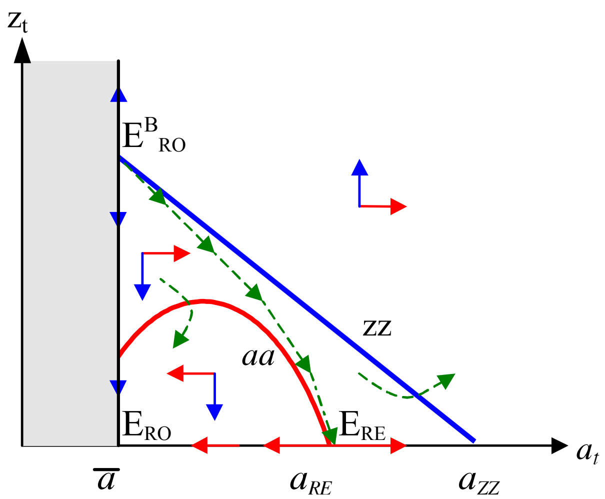

Figure 1

[6] Le terme $[1-\beta(1+\theta)] \cdot \bar{\alpha} \cdot (\omega - \hat{\tau}) - R$ est supposé positif sur la figure 1. Nous commenterons plus loin cette hypothèse.

La région ombrée correspond aux cas où la contrainte de réserves obligatoires n'est pas respectée et la région se situant à droite de $\bar{a}$ représente le régime de réserves excédentaires. Les courbes "aa" et "zz" coïncident avec les lieux de stationnarité de $\hat{a}$ et de $\hat{z}$, obtenus en posant respectivement $\hat{a}_{t+1} = \hat{a}_t$ et $\hat{z}_{t+1} = \hat{z}_t$ dans les équations (13) et (14).

Trois équilibres stationnaires peuvent être identifiés. Le point E_{RO} représente l'équilibre avec réserves obligatoires sans bulle, le point E_{RO}^B, l'équilibre avec réserves obligatoires et bulle financière et, enfin, le point E_{RE}, l'équilibre avec réserves excédentaires et sans bulle. Il n'y a manifestement pas d'équilibre stationnaire avec réserves excédentaires et bulles financière simultanément, sous l'hypothèse (H1a). La proposition suivante est même plus restrictive :

Proposition 1 *En croissance stationnaire, une bulle financière ne peut pas coexister avec un régime de réserves excédentaires dans le cas d'un excédent ou un déficit primaire chronique* $(\hat{g} - \hat{\tau} \neq 0)$.

DEMONSTRATION : Un équilibre stationnaire avec bulle financière se caractérise par $\hat{z}_{t+1} = \hat{z}_t, \forall t$. Le seul facteur de croissance compatible avec cette donnée est, d'après (11') : $\gamma_{t+1} = R$. Comme dans Tirole (1985) et Yanawaga & Grossman (1993), la taille relative de la bulle ne peut être stationnaire que si le taux de croissance de la bulle en niveau (le taux d'intérêt) est égal au taux de croissance du stock de capital. En réinjectant ces résultats dans la contrainte budgétaire de l'Etat (8') et en utilisant l'égalité $x_{t+1} = R$ qui caractérise le régime de réserves excédentaires, on obient :

$$\hat{a}_{t+1} = (\hat{g} - \hat{\tau}) + \hat{a}_t$$

Un équilibre stationnaire avec réserves excédentaires nécessite, par ailleurs, $\hat{a}_{t+1} = \hat{a}_t \neq 0 \; \forall t$, ce qui n'est réalisable que si $(\hat{g} - \hat{\tau}) = 0$. $\|$

L'équilibre déterminé

Le point E_{RO}^B est une source[7], alors que le point E_{RE} accepte une trajectoire selle et que le point E_{RO} est globalement stable (sur la partie définie de son voisinage). Ce dernier équilibre aurait des propriétés intéressantes si les variables $\hat{a}_t$ et $\hat{z}_t$ étaient prédéterminées. Mais la valeur de $\hat{a}_t$ dépend directement du niveau des encaisses réelles et donc du niveau général des prix alors que $\hat{z}_t$ est une pure bulle spéculative. Ces deux variables sont donc susceptibles de sauter à n'importe quelle date, suivant les anticipations des intervenants sur les marchés. L'instabilité d'un équilibre stationnaire est, dans ce cas, une vertu plutôt qu'un défaut puisqu'elle peut permettre la coordinnation des anticipations. Les deux variables étant non prédéterminées, il faut que l'équilibre soit globalement instable pour être "déterminé", c'est-à-dire isolé de son voisinage. Seul l'équilibre avec réserves obligatoires et bulle, E_{RO}^B,

[7] Pour la partie de son voisinage qui est définie, c'est-à-dire tel que $\hat{a}_t \geq \bar{a}$.

possède cette propriété. Il s'agit donc, dans le cas représenté sur la figure 1, du seul équilibre qu'il convient de retenir[8].

La figure 1 a été représentée sous une hypothèse favorable à l'apparition de cet équilibre avec bulle. En effet, si le ratio dette sur monnaie, θ, ou le taux de réserve obligatoire, β, est trop important, la verticale passant par le point $\bar{a}$ se situe à droite du point $a_{zz} = \bar{s} - R$. Dans ce cas, c'est l'équilibre sans bulle, E_{RO}, qui devient l'équilibre déterminé. Il est donc indispensable, pour qu'une bulle puisse apparaître, que la condition $\bar{a} < a_{zz}$ soit vérifiée, ce que l'on peut écrire sous la forme :

$$R < [1 - \beta/\delta] \cdot \bar{s} \tag{H2}$$

Cette condition s'interprête aisément. En posant $\hat{z}_t = 0$ dans (9') lorsque $\hat{a}_t$ est défini par (10') à l'égalité, on obtient la valeur du facteur de croissance de l'économie sans bulle (avec contrainte de réserves obligatoires), soit :

$$\bar{\gamma} = [1 - \beta/\delta] \cdot \bar{s} \tag{15}$$

c'est-à-dire le terme de droite de l'inégalité (H2). Poser la condition (H2) revient alors à supposer que le taux d'intérêt est inférieur au taux de croissance dans l'économie sans bulle. Il s'agit de la condition nécessaire bien connue d'apparition d'une bulle dans un environnement déterministe, donnée par Gale (1973), dans le cas d'une économie d'échange à la Samuelson (1958), par Tirole (1985), dans le cas du modèle de croissance néoclassique de Diamond (1965) et enfin par Yanawaga & Grossman (1993), dans le cas d'un modèle de croissance endogène. Comme l'ont montré ces derniers auteurs, à la différence d'une économie néoclassique où, en présence d'une bulle, le taux d'intérêt s'ajuste (à la hausse) au taux de croissance exogène, c'est le taux de croissance endogène qui s'ajuste (à la baisse) pour rejoindre le taux d'intérêt constant. Ce que l'on peut vérifier en notant que le taux de croissance qui correspond à l'équilibre avec bulle, E_{RO}^{B}, est donné par l'équation (11') lorsque $\hat{z}_t$ est stationnaire, soit :

$$\bar{\gamma}^B = R \tag{16}$$

qui est bien inférieur au taux de croissance de l'économie sans bulle lorsque la condition (H2) est vérifiée. Il est également facile de montrer, à partir de (9'), (10') et (15) que l'on a :

$$\gamma_{t+1} = \bar{\gamma} - \hat{z}_t \tag{17}$$

ce qui, en posant $\gamma_{t+1} = \bar{\gamma}^B = R$, permet de calculer $\hat{z}^B$, la valeur stationnaire de la bulle par unité de capital :

$$\hat{z}^B = \bar{\gamma} - R \tag{18}$$

L'adoption du concept d'équilibre “déterminé” comme critère de sélection a donc pour effet d'évincer les équilibres avec réserves excédentaires, en tout cas lorsque le déficit primaire de l'Etat est strictement positif. Ce résultat n'est pas totalement surprenant. Lorque la

[8] Un argument simple en faveur du critère de détermination, ici, est qu'il permet de sélectionner le seul équilibre qui serait stable si les agents formaient leurs anticipations en suivant un processus d'apprentissage rudimentaire. Pour s'en convaincre, il suffit de supposer que les anticipations sont naïves ($y_{t+1}^a = y_{t-1}$) et de réécrire les équations (13) et (14) sous cette hypothèse. Dans ce cas, la dynamique représentée sur la figure 1 s'inverse et l'équilibre E_{RO}^{B} devient globalement stable.

contrainte (10.1) n'est pas serrée, la valeur des encaisses monétaires est supérieure à sa valeur "nécessaire" ou fondamentale; il existerait alors une bulle sur la monnaie. Néanmoins, le seigneuriage - c'est-à-dire le financement monétaire du déficit public - constituerait un prélèvement sur la valeur de cette bulle. On peut vérifier, en notant sur la figure 1 que la courbe zz est à 45°, que la taille de la bulle sur la monnaie $(E_{RE} - E_{RO})$ est inférieure à celle de la bulle financière $\left(E_{RE}^{B} - E_{RO}\right)$. Ce prélèvement de l'Etat sur la bulle monétaire explique, en partie, que celle-ci soit "dominée" par la bulle financière.

L'équilibre avec bulle monétaire soulèverait, en outre, deux objections majeures : *i)* il se traduirait par un taux de déflation constant dés lors que le taux d'intérêt réel est positif; *ii)* il ne permettrait pas d'expliquer la différence notable entre monnaie et titres : l'existence d'un taux d'intérêt nominal positif !

2.2 Bulle et inflation d'équilibre

Comme nous avons pu le remarquer, en régime de réserves obligatoires, la dynamique de la bulle financière est indépendante du taux d'inflation[9]. L'inverse n'est pas vrai. En utilisant à nouveau (10') à l'égalité ainsi que (17), l'équation (8') permet d'obtenir la valeur du facteur de rendement moyen versé par l'Etat en fonction de la bulle financière :

$$\delta x_{t+1} + (1-\delta) R = \left(\frac{\bar{a} - (\hat{g} - \hat{\tau})}{\bar{a}} \right) (\bar{\gamma} - \hat{z}_t) \tag{19}$$

Le taux d'inflation $(\pi_{t+1} = 1/x_{t+1} - 1)$ est donc positivement corrélé avec la taille de la bulle financière. Ce résultat repose uniquement sur l'effet négatif exercée par la bulle sur le taux de croissance économique. En effet, lorsque la part des encaisses réelles dans le PIB est constante - ce qui est le cas ici - l'inflation et la croissance sont reliées par la version dynamique de l'équation quantitative : $(1 + \mu_t) = (1 + \pi_t)\gamma_t$, où μ_t est le taux de croissance de la masse monétaire. Lorsque celui-ci est constant, une baisse du taux de croissance, imputable à la présence d'une bulle financière, se traduit mathématiquement par une hausse de l'inflation. Comme nous avons supposé une politique économique plus complexe que le simple contrôle du taux de croissance de la masse monétaire[10], c'est l'équation (19) qui nous donne la véritable relation entre le taux d'inflation et le taux de croissance, $(\bar{\gamma} - \hat{z}_t)$, et donc entre le taux d'inflation et le poids relatif de la bulle dans l'économie $\hat{z}_t$.

L'équilibre sans bulle

Lorsque l'hypothèse (H2) n'est pas vérifiée, le taux d'inflation d'équilibre, ou plus directement le rendement brut de la monnaie, $\bar{x}$, est implicitement donnée par l'équation (19) avec $\hat{z} = 0$:

$$\delta \bar{x} + (1-\delta) R = \left(\frac{\bar{a} - (\hat{g} - \hat{\tau})}{\bar{a}} \right) \bar{\gamma} \tag{20}$$

[9] Ce résultat repose, ici, sur l'hypothèse d'un taux d'épargne constant.

[10] Plus précisément le contrôle de la part de la dette dans le passif de l'Etat, d'une part, et celui du déficit primaire (en %), d'autre part.

et $\bar{x}$ vérifie $0 < \bar{x} < R$ sous la condition suivante :

$$\underline{d} \overset{def}{=} \left(1 - \frac{R}{\bar{\gamma}}\right) \cdot \bar{a} < (\hat{g} - \hat{\tau}) < \bar{d} \overset{def}{=} \left(1 - \frac{(1-\delta)\,R}{\bar{\gamma}}\right) \cdot \bar{a} \tag{H1c}$$

L'équilibre avec bulle

Lorsque la condition (H2) est vérifiée, l'équilibre stationnaire avec bulle est obtenu en posant $(\bar{\gamma} - \hat{z}_t) = R$ dans (19) :

$$\delta \bar{x}^B + (1-\delta)\,R = \left(\frac{\bar{a} - (\hat{g} - \hat{\tau})}{\bar{a}}\right) R \tag{21}$$

qui vérifie $0 < \bar{x}^B < R$ lorsque :

$$0 < (\hat{g} - \hat{\tau}) < \bar{d}^B \overset{def}{=} \delta \bar{a} = \bar{m} \tag{H1d}$$

où $\bar{m}$ représente la valeur de l'encaisse monétaire réelle par unité de capital.

En réécrivant (21) sous la forme d'une contrainte budgétaire gouvernementale, on obtient :

$$(\hat{g} - \hat{\tau}) = \left(\frac{R - \bar{x}^B}{R}\right) \bar{m} \tag{22}$$

La disparition de la dette publique (*i.e.* de δ) de cette contrainte budgétaire s'explique aisément : comme il s'agit d'un équilibre avec bulle classique, le taux de croissance est égal au taux d'intérêt (versé sur les titres publics et privés); à l'équilibre stationnaire, le stock réel de titres publics, B_t/p_t croît donc au taux R, ce qui permet à l'Etat de "rouler sur sa dette". La dette publique suivant une dynamique autonome, le seigneuriage devient la seule source de financement de l'Etat pour combler un déficit primaire.

Du simple examen de (22), on peut également tirer la proposition suivante :

Proposition 2 *En croissance stationnaire, un équilibre avec bulle financière est incompatible avec un excédent budgétaire chronique* $(\hat{g} - \hat{\tau} < 0)$.

DEMONSTRATION : Il suffit de rappeler qu'en régime de réserves obligatoires, on a : $x_t < R\;\forall t$. L'encaisse monétaire réelle étant nécessairement positive, la condition $\bar{x}^B < R$ ne peut être vérifiée, d'après (22), que si $(\hat{g} - \hat{\tau}) > 0$. $\|$

L'intuition de ce résultat est la suivante : comme l'Etat "roule sur sa dette", l'émission de monnaie est la seule manière de financer un déficit. Dans le cas d'un excédent, il faudrait donc détruire de la monnaie. Nous allons montrer que cela n'est pas compatible avec l'existence d'un taux d'intérêt nominal positif. En notant que, par définition, on a : $(1 + i_t) \cdot x_t = R$, l'équation (22) peut se réécrire :

$$\bar{m} = \left(\frac{1 + i^B}{i^B}\right) (\hat{g} - \hat{\tau})$$

Comme $\bar{m}$ est positif, un excédent public devrait entraîner : $-1 < i^B < 0$ - soit un taux d'intérêt nominal négatif - ce qui, bien sûr, est impossible. La contrainte de réserves obligatoires ne peut donc pas être saturée dans ce cas. La proposition 1 nous indique, par ailleurs, qu'un équilibre (stationnaire) avec bulle financière ne peut pas exister, en régime de réserves excédentaire, dans le cas d'un budget déséquilibré. Il est donc impossible qu'une bulle financière puisse apparaître lorsqu'existe un excédent budgétaire chronique.

3. Extension : le cas d'un taux d'épargne variable

L'étude de la dynamique globale du modèle serait trop complexe dans le cas d'un taux d'épargne variable si l'on ne se restreignait aux équilibres avec réserves obligatoires. Cette simplification n'est cependant pas trop abusive dans la mesure où la dynamique locale de l'équilibre avec réserves excédentaires serait en tout point comparable avec celle que nous avons étudiée dans la section précédente. Il suffit, en effet, de remplacer $\bar{\alpha}$ par $\alpha(R)$ dans les équation (13) et (14) pour trouver que cet équilibre est à nouveau indéterminé. En supposant la contrainte monétaire saturée et le taux d'épargne variable, le modèle s'écrit donc :

$$\begin{aligned}
(1+\theta)\cdot\hat{m}_{t+1} &= (\hat{g}-\hat{\tau})+(x_{t+1}+\theta R)\cdot\hat{m}_t/\gamma_{t+1} && (8.2)\\
\gamma_{t+1} &= \tilde{\alpha}(x_{t+1})\cdot(\hat{\omega}-\hat{\tau})-(1+\theta)\cdot\hat{m}_t-\hat{z}_t && (9.2)\\
\hat{m}_t &= \beta\cdot\tilde{\alpha}(x_{t+1})\cdot(\hat{\omega}-\hat{\tau})=m(x_{t+1}) && (10.2)\\
\hat{z}_{t+1} &= R\cdot\hat{z}_t/\gamma_{t+1} && (11.2)
\end{aligned}$$

3.1 La courbe de Bailey

En absence de bulle, la variabilité du taux d'épargne, si elle est suffisamment forte, peut conduire à l'apparition d'une sorte de courbe de Laffer monétaire : la "courbe de Bailey".

En intégrant (10.2) dans (9.2) et en posant $\hat{z}_t = 0$, on obtient le facteur de croissance en absence de bulle qui dépend maintenant du facteur de rendement de la monnaie. Il s'agît d'une généralisation de l'équation (15) :

$$\gamma(x_{t+1}) = [1-\beta\cdot(1+\theta)]\cdot\tilde{\alpha}(x_{t+1})\cdot(\hat{\omega}-\hat{\tau}) \tag{23}$$

En utilisant ce résultat ainsi que la fonction $m(x_{t+1})$ définie en (10.2), la contrainte budgétaire de l'Etat se réécrit, après simplification :

$$(1+\theta)\,m(x_{t+2}) = (\hat{g}-\hat{\tau})+\frac{\beta(x_{t+1}+\theta R)}{1-\beta(1+\theta)}$$

qui définit la loi d'évolution de la variable x_{t+1}.

L'équilibre stationnaire peut être étudié en posant la fonction $d(x)$ telle que :

$$(\hat{g}-\hat{\tau}) = d(x) \overset{def}{=} (1+\theta)m(x) - \frac{\beta(x+\theta R)}{1-\beta(1+\theta)} \tag{24}$$

La dérivée première de cette fonction s'écrit :

$$d'(x) = \frac{\beta\cdot[\zeta(x)-1]}{1-\beta(1+\theta)}$$

avec[11] :

$$\zeta(x) = [1-\beta(1+\theta)]\cdot\beta(1+\theta)\cdot\alpha'(\beta x+(1-\beta)R)\cdot(\hat{\omega}-\hat{\tau}) \tag{25}$$

La fonction $d(x)$ admet un maximum en $x=\zeta^{-1}(1)$ si l'hypothèse suivante est posée :

$$\alpha''(\cdot)<0,\quad \lim_{x\to 0}\alpha'(x)=+\infty,\quad \lim_{x\to+\infty}\alpha'(x)=0 \tag{H3}$$

ce que nous admettrons. Lorsque la condition supplémentaire :

$$\begin{aligned} \zeta^{-1}(1) &\in [0,R] \\ (\hat{g}-\hat{\tau}) &< d^* \overset{def}{=} d\left(\zeta^{-1}(1)\right) \end{aligned} \tag{H1e}$$

est vérifiée, il existe deux équilibres stationnaires x_1 et x_2, solutions de (24). La condition $\zeta^{-1}(1)>0$ ne peut être remplie que si la dérivée du taux d'épargne est suffisamment grande, ce qui traduit la présence de forts mécanismes de substitution intertemporelle.

La fonction $d(x)$ ainsi que la droite $(\hat{g}-\hat{\tau})$ sont représentées sur la figure 2a sous les hypothèses (H3), (H1e) et $x_1>0$.

Si, au contraire, on a :

$$\begin{aligned} \zeta^{-1}(1) &< 0 \\ (\hat{g}-\hat{\tau}) &< d^{*\prime} \overset{def}{=} d(0) \end{aligned} \tag{H1e'}$$

alors il n'existe qu'un seul équilibre stationnaire $x_2>0$. Ce cas est représenté sur la figure 2b.

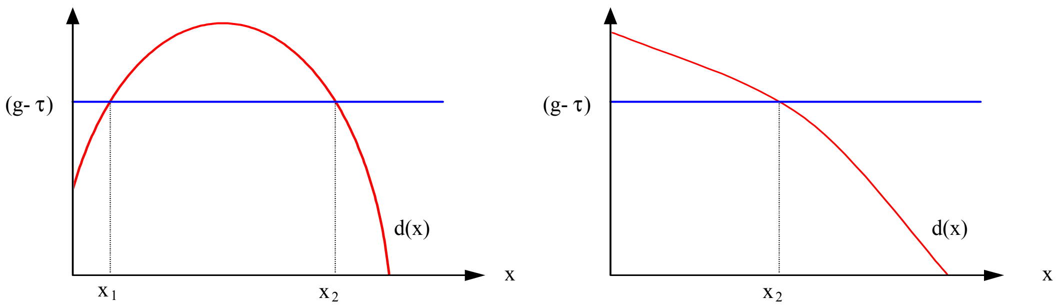

Figure 2a : forte élasticité de l'épargne   Figure 2b : faible élasticité de l'épargne

[11] On rappelle que $\tilde{\alpha}(x)=\alpha\left(\tilde{R}\right)=\alpha\left(\beta x+(1-\beta)R\right)$.

La courbe de la figure 2a, connue sous le nom de "Courbe de Bailey", représente le (taux de) déficit primaire en fonction du taux de rendement de la monnaie. Elle signifie qu'un même (taux de) déficit peut être financé par une inflation faible (x_2) ou par une inflation forte (x_1) . Lorsque cette dernière augmente, les agents subsituent des biens à la monnaie (et donc aussi à l'épargne, dans notre modèle). L'augmentation des prix qui en résulte affecte à la baisse le niveau des encaisses réelles - l'assiète sur laquelle repose la taxe inflationiste - ce qui réduit le déficit public que l'Etat peut soutenir lorsque la règle de financement (8) est adoptée. Ce phénomène n'apparaît que si la demande d'encaisses est suffisamment élastique au taux de rendement de la monnaie. Dans le cas de notre modèle, cela implique une forte élasticité de l'épargne. Dans le cas contraire - sans doute le plus raisonnable - les comportements de substitution ne sont pas suffisamment puissants pour permettre un retournement de la courbe[12] $d(x)$ (voir figure 2b).

3.2 La dynamique de l'inflation

Lorsque la bulle financière est positive, le facteur de croissance est défini, comme dans la section précédente, par différence entre le facteur de croissance sans bulle et la bulle par unité de capital :

$$\gamma_{t+1} = \gamma\left(x_{t+1}\right) - \hat{z}_t \tag{26}$$

Le système (8.2) à (11.2) se réduit alors aux deux équations suivantes :

$$(1+\theta)\, m\left(x_{t+2}\right) = (\hat{g} - \hat{\tau}) + \left(x_{t+1} + \theta R\right) \frac{m\left(x_{t+1}\right)}{\gamma\left(x_{t+1}\right) - \hat{z}_t} \tag{27}$$

$$\hat{z}_{t+1} = \frac{R \cdot \hat{z}_t}{\gamma\left(x_{t+1}\right) - \hat{z}_t} \tag{28}$$

où $m\left(x_{t+1}\right)$ est défini par (10.2) et $\gamma\left(x_{t+1}\right)$ par (23).

Le cas d'un taux d'épargne fortement élastique au taux d'intérêt

La dynamique associée à ce système d'équations est étudiée en annexe 2. et peut être

[12] "L'assiète" est peu sensible au" taux de taxation".

représentée sur les figures suivantes, sous les hypothèse (H3) et (H1e) :

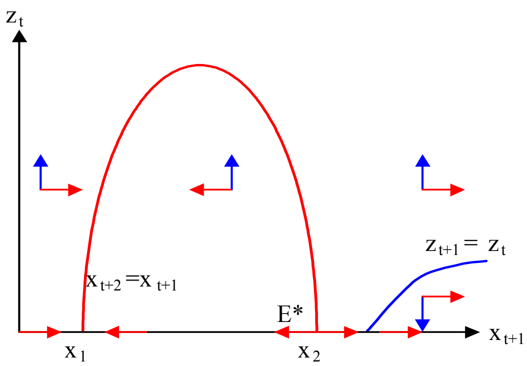

Figure 3a : l'équilibre sans bulle

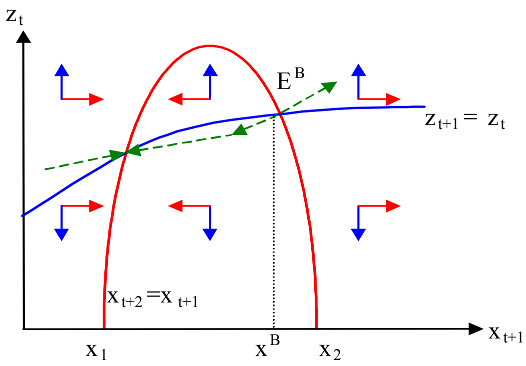

Figure 3b : l'équilibre avec bulle

Les lieux de stationarité des variables x et $\hat{z}$ sont obtenues en posant respectivement $x_{t+2} = x_{t+1}$ et $\hat{z}_{t+1} = \hat{z}_t$ dans les équations (27) et (28). La variable $\hat{z}_t$ est également stationnaire sur l'axe des abscisses

Le cas d'un taux d'épargne peu sensible au taux d'intérêt

Lorsque l'hypothèse (H1e') s'applique, on obtient les figure suivante :

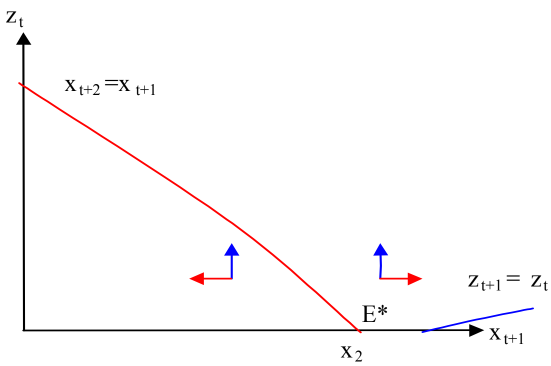

Figure 4a : l'équilibre sans bulle

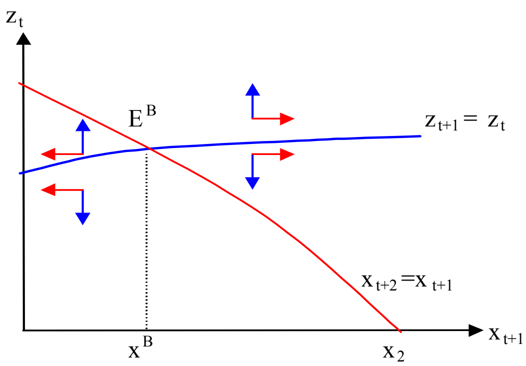

Figure 4b : l'équilibre avec bulle

L'équilibre sans bulle

L'équilibre sans bulle correspond à l'équilibre déterminé E^* représenté sur les figures 3a et 4a. Le facteur de rendement de la monnaie, noté x^*, correspond alors à la solution x_2 de l'équation (24) également représentée sur les figures 2a et 2b. En utilisant (24) et (10.2), on obtient, de manière générale :

$$x^* = \max \left\{ x \mid (\hat{g} - \hat{\tau}) = (1+\theta) \cdot \beta \cdot \tilde{\alpha}(x) \cdot (\hat{\omega} - \hat{\tau}) - \frac{\beta(x + \theta R)}{1 - \beta(1+\theta)} \right\} \tag{29}$$

Le facteur de croissance est alors donné par :

$$\gamma(x^*) = [1 - \beta \cdot (1+\theta)] \cdot \tilde{\alpha}(x^*) \cdot (\hat{\omega} - \hat{\tau}) \tag{30}$$

L'équilibre avec bulle

L'équilibre avec bulle correspond à l'équilibre déterminé E^B représenté sur les figures 3b et 4b[13]. Le facteur de rendement de la monnaie est également solution des équations (27) et (28), à l'état stationnaire, lorsque $\hat{z}_{t+1} = \hat{z}_t \neq 0$, soit :

$$(\hat{g} - \hat{\tau}) = d^B(x) \overset{def}{=} \left(\frac{R-x}{R}\right) m(x) \tag{31}$$

Cette équation est une généralisation de (22) mais admet une deuxième solution correspondant à l'équilibre indéterminé[14], lorsque le taux d'épargne est fortement sensible au taux d'intérêt (figure 3b). Ces deux équilibres existent lorsque le déficit primaire vérifie (voir annexe 2) :

$$(\hat{g} - \hat{\tau}) < d^{B*} \overset{def}{=} d^B\left(R - \frac{R}{\beta(1+\varepsilon)}\right) \tag{H1f}$$

où ε représente l'élasticité du taux d'épargne, supposée constante[15].

Lorsque le taux d'épargne est peu sensible au taux d'intérêt, il n'existe qu'un seul équilibre stationnaire avec bulle vérifiant : $0 < x^B < R$, si la condition suivante est remplie :

$$(\hat{g} - \hat{\tau}) < d^{B*\prime} \overset{def}{=} d^B(0) \tag{H1f '}$$

Ce cas est représenté sur la figure 4b.

Plus généralement, le facteur de rendement de la monnaie à l'équilibre avec bulle est donné par :

$$x^B = \max\left\{ x \mid (\hat{g} - \hat{\tau}) = \left(\frac{R-x}{R}\right) \beta \cdot \tilde{\alpha}(x) \cdot (\hat{\omega} - \hat{\tau}) \right\} \tag{32}$$

On rappelle, enfin, que le taux de croissance est égal au taux d'intérêt dans ce régime :

$$\gamma^B = R \tag{33}$$

13 E^B est bien un équilibre déterminé, dans chacun des deux cas envisagés, s'il s'agît une source. Cette condition est remplie lorsque les valeurs propres associées au système constitué des équations (27) et (28) linéarisées sont *i)* supérieures à l'unité en valeur absolue, si elles sont réelles, *ii)* à l'extérieur du cercle unité, si elles sont complexes.

14 Le point selle.

15 Il est à noter que la condition $\varepsilon > 1/\beta - 1$ est nécessaire pour que le facteur de rendement de la monnaie correspondant, $x = R - \frac{R}{\beta(1+\varepsilon)}$, soit positif. Cette condition requiert une élasticité du taux d'épargne très importante pour des valeur raisonnable du taux de réserves obligatoires. Par exemple, pour $\beta = 10\%$, on doit avoir $\varepsilon > 9$! Le cas d'une élasticité variable est traité en annexe 2.

Enfin une condition d'existence de cet équilibre réside dans la positivité de la bulle financière, ce qui donne:

$$\hat{z}_t = \gamma\left(x^B\right) - R > 0$$

En examinant les figures 3a et 3b, on remarque que la condition précédente est équivalente à : $x^B < x^*$, ce qui permet d'obtenir :

$$R < \gamma\left(x^*\right) \tag{H2'}$$

Cette condition généralise l'hypothèse (H2) obtenue dans le cas d'un taux d'épargne fixe : pour qu'une bulle puisse exister, le taux d'intérêt doit être inférieur au taux de croissance dans l'économie sans bulle.

La variabilité du taux d'épargne ne modifie donc pas radicalement les propriétés du modèle que nous avons mis en évidence dans la section précédente. Notons cependant, qu'en absence de bulle, le taux de croissance est désormais négativement et directement corrélé avec le taux d'inflation. Nous allons voir, dans la section suivante, qu'une telle corrélation peut également apparaître dans le cas d'un taux d'épargne fixe, mais qu'elle traduit alors la dépendance du taux d'inflation et du taux de croissance vis-à-vis d'une troisième variable.

4. Politique monétaire, inflation et croissance

La politique de maintient de la part de la dette dans le passif total de l'Etat à un niveau constant, telle que nous l'avons envisagée dans la section précédente, peut être qualifiée de politique passive d'Open-Market. Il s'agit en fait d'une règle de gestion du passif de l'Etat. Nous allons envisager, dans cette section, deux formes de politique économique plus active: *i)* une modification de cette part θ; et *ii)* une augmentation du déficit budgétaire . Les effets de ces deux politiques sur l'inflation et sur la croissance sont radicalement différents selon l'existence ou non d'une bulle financière. Afin de n'exclure aucun équilibre *a priori*, le déficit public est supposé vérifier : $0 < (\hat{g} - \hat{\tau}) < \min\left(\bar{d}_1, \bar{d}_3, \bar{d}_4\right)$.

4.1 Les opérations d'Open-Market

Une modification de la règle de gestion passive de la banque centrale est également une forme de politique d'Open-Market, mais plus active que la précédente. Nous parlerons, dans ce cas, d'une opération d'Open-Market.

Equilibre sans bulle : une arithmétique déplaisante

En l'absence de bulle, l'équilibre est décrit dans la section 2.1. En différentiant, en x_1 et en θ, l'équation (12) à l'équilibre stationnaire, et en utilisant (14), on obtient :

$$\frac{dx_1}{d\theta} = \left(\frac{\beta}{(1-\beta/\delta) \cdot d_1'(x_1)} \right) \cdot \left[R - \gamma_1 + \frac{\beta(x+\theta R)}{1-\beta/\delta} \right] \tag{34}$$

avec $\delta = (1+\theta)^{-1}$. Puisque $d_1'(x_1)$ est négatif lorsque l'équilibre est déterminé, $R \geq \gamma_1$ est une condition suffisante pour que l'on ait : $dx_1/d\theta < 0$. Cette propriété est donc toujours vérifiée lorsque l'hypothèse (H2) ne l'est pas, c'est-à-dire lorsqu'une bulle ne peut pas apparaître. En utilisant (12) et (14), on peut réécrire (29) sous la forme suivante :

$$\frac{dx_1}{d\theta} = \left(\frac{\beta}{(1-\beta/\delta) \cdot d_1'(x_1)} \right) \cdot \left[R - (\hat{g} - \hat{\tau}) + (1 - 2\beta/\delta) (\hat{\omega} - \hat{\tau}) \cdot \tilde{\alpha}(x_1) \right]$$

La condition nécessaire et suffisante pour que $dx_1/d\theta < 0$, même lorsque (H2) est vérifiée, est alors :

$$\delta < \bar{\delta}(x_1) = \frac{2\beta (\hat{\omega} - \hat{\tau}) \cdot \tilde{\alpha}(x_1)}{(\omega - \hat{\tau}) \cdot \tilde{\alpha}(x_1) + (\hat{g} - \hat{\tau}) - R} \tag{H5}$$

Sous (H5), une augmentation de la part du passif de l'Etat constituée de monnaie $\delta = (1+\theta)^{-1} = \frac{M_t}{M_t + B_t}$ - *i.e.* une opération de monétisation de la dette publique - se traduit par une baisse du taux d'inflation stationnaire : $\pi_1 = (x_1)^{-1} - 1$. Ce résultat est tout à fait conforme à celui de Sargent & Wallace (1981). Cette “arithmétique monétariste déplaisante” s'explique aisément. En diminuant durablement la part de la dette publique, on réduit la charge d'intérêt qui alourdit le budget de l'Etat. Le déficit budgétaire global étant, en partie, financé par l'émission de monnaie, cela permet de réduire cette dernière, ainsi que l'inflation. Ce phénomène est, ici, renforcé par la réaction du taux de croissance à la monétisation de la dette publique. En effet, comme on peut le constater en examinant l'équation (8), c'est le taux d'intérêt net du taux de croissance[16] qui gouverne l'évolution du passif de l'Etat par unité de capital. Or, à partir de l'équation (14) on trouve :

$$\frac{\partial \gamma_1}{\partial \theta} = -(\hat{\omega} - \hat{\tau}) \cdot \left[\beta \cdot \tilde{\alpha}(x_1) - [1 - \beta \cdot (1+\theta)] \cdot \tilde{\alpha}'(x_1) \cdot \frac{dx_1}{d\theta} \right] \tag{35}$$

dont on tire $\frac{\partial \gamma_1}{\partial \delta} = -\frac{\partial \gamma_1}{\partial \theta}/\delta^2$ qui est de signe positif sous (H5) ou lorsque l'épargne ne dépend pas du taux d'intérêt. En diminuant la taille relative la dette publique, l'opération d'Open-Market réduit l'effet d'éviction de cette dernière, ce qui ce traduit par une augmentation de l'investissement et permet, lorsque le progrès technique est lié au stock de capital, d'augmenter le taux de croissance d'équilibre stationnaire.

Dans ce régime, inflation et croissance sont donc, sous des hypothèses raisonnables, inversement reliées dans le long terme. Une opération d'Open-Market ponctuelle doit se traduire par une baisse future du taux d'inflation et par une hausse durable du taux de croissance. A la date du changement de politique, ces deux taux peuvent néanmoins être positivement corrélés. Considérons le cas d'une hausse de δ (respect., une baisse de θ) n'ayant pas été annoncée - et donc prévue - préalablement. Soit θ' la nouvelle valeur (permanente) de θ à partir

[16] Ou, plus rigoureusement, le terme : $R/\gamma_t - 1$.

de la période t. En notant y' une variable y dont la valeur est modifiée à la suite de la réforme, la contrainte budgétaire de l'Etat (8.1) se réécrit à la période t :

$$(1+\theta^{'}) \cdot \frac{M_t^{'}}{p_t^{'} K_t} = (\hat{g}-\hat{\tau}) + [1+(1+i_t)\,\theta] \cdot \frac{M_{t-1}}{p_t^{'} K_t} \tag{8.1'}$$

et l'encaisse réelle par unité de capital est toujours donnée par l'équation (10.1) qui devient :

$$\frac{M_t^{'}}{p_t^{'} K_t} = \beta \cdot \tilde{\alpha}\left(x_1^{'}\right) \cdot (\hat{\omega}-\hat{\tau}) \tag{10.1'}$$

En reportant (10.1') dans (8.1'), on obtient :

$$\beta\,(\hat{\omega}-\hat{\tau}) \cdot \tilde{\alpha}\left(x_1^{'}\right) \cdot (1+\theta^{'}) = (\hat{g}-\hat{\tau}) + [1+(1+i_t)\,\theta] \cdot \frac{M_{t-1}}{p_t^{'} K_t} \tag{36}$$

Enfin en différenciant (31) et en posant $\theta^{'} = \theta$, il vient :

$$\frac{dp_t}{p_t} = -\left(\frac{\beta\,(\hat{\omega}-\hat{\tau}) \cdot \tilde{\alpha}\,(x_1)}{[1+(1+i_t)\,\theta] \cdot M_{t-1}/p_t K_t}\right) \cdot \left[1+\varepsilon_x^{\alpha} \cdot \varepsilon_{(1+\theta)}^{x}\right] \cdot d\theta$$

qui est le taux de croissance instantané du niveau général des prix. Les termes ε_x^{α} et $\varepsilon_{(1+\theta)}^{x}$ représentent respectivement l'élasticité du taux d'épargne au taux de rendement de la monnaie et l'élasticité de x_1 par rapport à $(1+\theta)$. Si l'épargne (et donc la demande de monnaie) est suffisamment élastique au taux d'intérêt et si (H5) est vérifiée, la monétisation de la dette publique - *i.e.* une augmentation de δ - peut, par conséquent, se traduire par une baisse du taux d'inflation contemporain. Ce résultat paradoxal, également relaté par Sargent & Wallace (1981), n'est cependant pas le cas le plus probable dans le cadre du présent modèle et sous l'hypothèse (H1). Si ε_x^{α} est faible, le modèle est alors susceptible d'expliquer l'existence d'une corrélation positive, à court terme, entre le taux de croissance et l'inflation retardée (respectivement γ_{t+1} et π_t) et d'une corrélation négative à long terme.

Equilibres avec bulle : du théorème de Modigliani-Miller ...

Nous avons noté que le régime d'équilibres avec bulle publique n'était pas le régime le plus robuste de ce modèle. Il ne s'agît pourtant que d'une généralisation, dans un cadre de croissance endogène, du cas étudié par Wallace (1981), lorsqu'il présente son "théorème de Modigliani-Miller pour les opérations d'Open-Market". Ce théorème stipule qu'une opération d'Open-Market - *i.e*. une variation de θ - n'a pas d'autre effet que de modifier la composition du portefeuille d'actifs des agents. Comme on peut le vérifier aisément, l'équilibre présenté dans la section 2.3, et résumé par les équations (20) et (21), est indépendant de la valeur de θ. Une modification de ce dernier n'a donc aucun effet sur l'inflation $(\pi_3 = R^{-1} - 1)$ ou sur la croissance. Seule la composition de $\hat{a}_3 = \hat{m}_t + \hat{b}_t$ s'en trouve modifiée. De manière plus surprenante, cette opération d'Open-Market peut laisser le niveau général des prix inchangé. On a, en effet, à la suite de la modification de θ : $\frac{M_t^{'}+B_t^{'}}{p_t^{'}K_t} = \frac{M_t+B_t}{p_tK_t} = \hat{a}_3$, qui est un équilibre réalisable dans le cas $p_t^{'} = p_t$.

... à l'arithmétique monétariste

Wallace (1981), Chamley & Polemarchakis (1984) ainsi que Sargent & Smith (1984) avancent que le théorème de neutralité précédent ne tient pas en présence d'une contrainte de réserve obligatoire[17]. Nous allons voir que la présence d'une bulle sur les actifs non monétaires n'invalide pas cette conclusion mais en modifie la portée. Plaçons nous dans le cas de l'équilibre étudié dans la section 2.4. Le taux de croissance est égal au taux d'intérêt réel et le rendement de la monnaie est défini par l'équation (24) que l'on rappelle :

$$x_4 = \max \left\{ x \mid (\hat{g} - \hat{\tau}) = \left(\frac{R-x}{R} \right) \cdot \tilde{m}(x, \hat{\tau}) \right\} \tag{24}$$

Le taux d'inflation stationnaire, ici représenté par $x_4^{-1} - 1$, est indépendant de θ. Comme nous l'avons déjà mentionné, ce résultat provient du "jeu de Ponzi" auquel joue l'Etat en roulant sur sa dette. En conséquence, une opération d'Open-Market, consistant en une monétisation de la dette publique non annoncée, aura pour effet de conduire les épargnants à substituer des actifs privés - la bulle, dont la valeur augmentera - à l'actif public et ce, sans altérer le niveau d'équilibre des encaisses réelles détenues par les agents. Bien que n'ayant aucun effet sur la croissance et sur l'inflation stationnaire, cette opération se traduit néanmoins par un accroissement du niveau général des prix et donc du taux d'inflation contemporain. Les agents de la génération précédente pâtissent alors de cette opération. Ce résultat, bien qu'infirmant "le théorème de Modigliani-Miller pour les opérations d'Open-Market" n'invalide pas, au contraire, l'arithmétique monétariste plus traditionnelle qui relie l'évolution du niveau général des prix à l'évolution de la masse monétaire. Enfin, pour conclure, taux de croissance et taux d'inflation ne sont pas corrélés dans ce régime.

Bien que nous n'ayons pas explicitement autorisé cette possibilité en excluant l'incertitude du modèle, la prise en considération de l'éclatement possible ou de l'apparition soudaine d'une bulle financière, lorsque la condition (H4) est vérifiée, devrait relativiser l'effet attendu d'une opération d'Open-Market.

4.2 Le seigneuriage

Lorsque la banque centrale adopte une politique passive d'Open-Market, elle accepte indirectement de financer une partie du déficit budgétaire de l'Etat par création monétaire. En rachetant une partie de la dette émise par le gouvernement de manière à maintenir constant

[17] Sargent & Smith (1984) démontrent cependant que certaines formes de restrictions légales susceptibles d'expliquer l'existence d'un taux d'intérêt nominal posif, c'est à dire d'une domination de la monnaie en termes de rendements par les autres actifs financiers, n'invalident pas nécessairement ce théorème de neutralité.

le ratio $\frac{M_t}{M_t+B_t}$, la banque centrale participe dans ce cas à une activité dite de seigneuriage. A un accroissement du déficit budgétaire correspond alors une augmentation du seigneuriage.

L'effet d'une politique budgétaire expansionniste - i.e. d'une augmentation de $\hat{g}$ laissant $\hat{\tau}$ inchangé - sur la croissance et l'inflation stationnaires peut être analysé à partir des figures et des résultats de la section 2.

Dans le cas d'un équilibre sans bulle (RO), un déplacement de la courbe $(\hat{g} - \hat{\tau})$ sur la figure 1 se traduit par une diminution du taux de rendement de la monnaie $x_1 = x_1^{''}$,et par une baisse du taux de croissance d'équilibre $\gamma_1 = \gamma_1 (x_1, \theta, \hat{\tau})$. Inflation et croissance sont donc inversement corrélés dans ce régime lors d'une modification du seigneuriage.

Dans le cas (peu pertinent) d'un équilibre avec bulle publique uniquement (RE), une augmentation de $(\hat{g} - \hat{\tau})$ provoque une diminution de la dette consolidée de l'Etat $\hat{a}_3 = \hat{a}_3^{''}$ (figure 3) et donc, d'après (21) une augmentation du taux de croissance. Ce résultat surprenant s'explique de la manière suivante : l'augmentation de $\hat{g}$, en diminuant la valeur d'équilibre de la bulle, réduit l'eviction de l'investissement en capital physique effectuée par les actifs publics. Cet effet serait bien sûr inversé si l'équilibre déterminé se situait sur le côté efficient de cette courbe de Bailey un peu particulière. En revanche, le taux de rendement de la monnaie étant déterminé par celui du capital, le taux d'inflation reste constant. Ce comportement pathologique du modèle confirme le manque de pertinence - que nous avons déjà noté - de ce régime.

Enfin, lorsque l'équilibre est caractérisé par la présence d'une bulle financière, le déplacement de la courbe $(\hat{g} - \hat{\tau})$ sur la figure 4 se traduit, comme en l'absence de bulle, par une diminution du taux de rendement de la monnaie x_4. Le taux d'inflation stationnaire est donc accru alors que le taux de croissance, fixé dans ce régime par le taux d'intérêt, reste constant.

Comme dans le cas de la politique d'Open-Market, l'effet du seigneuriage sur la croissance dépend crucialement de la présence d'une bulle financière. En revanche, si l'on néglige le cas de l'équibre avec bulle publique, le taux d'inflation s'accroît toujours avec les dépenses gouvernementales.

5. Conclusion

Le modèle développé dans cet article propose une explication à la diversité des résultats empiriques sur les liens entre inflation et croissance. La présence d'une bulle financière modifie considérablement la nature des liens qui unissent l'inflation et la croissance à la politique économique.

Une bulle ne peut pas apparaître lorsque le taux d'intérêt réel est supérieur au taux de croissance, ce dernier étant inversement corrélé au taux de monétisation des transactions privées et positivement relié au taux de monétisation du passif de l'Etat (respectivement mesurés par les paramètres β et δ du modèle). Dans ce cas, inflation et croissance sont négativement corrélés à long terme mais peuvent être positivement corrélés à court terme. Cette observation ne doit pas conduire à exclure l'usage de la politique monétaire : une opération de monétisation de la dette publique peut, probablement au prix d'une inflation contemporaine plus forte, conduire à un équilibre de long terme caractérisé par une inflation plus faible et un taux de croissance plus élevé.

Dans des conditions plus favorables, une bulle financière peut apparaître. Celle-ci aura pour effet de contenir le taux de croissance au niveau du taux d'intérêt réel, comme l'on noté Yanawaga & Grossman (1993), mais également de supprimer la corrélation négative entre inflation et croissance propre au régime sans bulle.

Ces résultats sont cohérents avec les études empiriques qui décomposent les échantillons de données en isolant les pays à forte inflation et faible croissance pour montrer qu'ils expliquent, à eux seuls, l'existence d'une corrélation inflation-croissance négative sur l'échantillon total. Ces pays, souvent caractérisés par un endettement public important, ont, par ailleurs, un système financier peu développé expliquant la forte monétisation des transactions privées. L'existence d'un déficit primaire important permet également d'expliquer la mise en place de contraintes réglementaires (réserves obligatoires) destinées à augmenter l'usage de monnaie afin de faciliter les opérations de seigneuriage. La variable β, représentant la part de l'épargne détenue sous forme de monnaie est plus importante dans ces deux cas.

Le modèle gagnerait certainement en réalisme s'il était doté d'une dynamique plus riche. Une telle extension est relativement facile à envisagée en donnant un fondement différent au processus de croissance endogène. Une externalité historique (plutôt que contemporaine) portant sur le rôle de l'éducation (plutôt que sur le *learning by doing*) permettrait également de justifier le recours aux dépenses publiques en relativisant l'effet négatif que ces dernières ont sur la croissance, en l'absence de bulle, dans la présente version du modèle.

Annexe 1

A partir de (13), on obtient :

$$\hat{a}_{t+1} \geq \hat{a}_t \Longleftrightarrow \hat{z}_t \geq \bar{\alpha} \cdot (\hat{\omega} - \hat{\tau}) - \hat{a}_t - \frac{R\hat{a}_t}{\hat{a}_t - \ (\hat{g} - \hat{\tau})} = \psi_a\left(\hat{a}_t\right) \qquad \text{(A1.1)}$$

A l'égalité, l'équation $\hat{z}_t = \psi_a\left(\hat{a}_t\right)$ *admet un maximum en :* $\hat{a} = (\hat{g} - \hat{\tau}) + \sqrt{R\left(\hat{g} - \hat{\tau}\right)}$, *ce qui impose la restriction* $(\hat{g} - \hat{\tau}) > 0$. *La valeur obtenue pour la variable* $\hat{z}_t$ *en ce point est alors :* $\hat{z}_t = \bar{\alpha} \cdot (\hat{\omega} - \hat{\tau}) - \left[\sqrt{(\hat{g} - \hat{\tau})} + \sqrt{R}\right]^2$. *On vérifie que cette dernière est bien positive pour des valeurs du déficit primaire vérifiant :*

$$(\hat{g} - \hat{\tau}) < \left[\sqrt{\bar{\alpha} \cdot (\hat{\omega} - \hat{\tau})} - \sqrt{R}\right]^2$$

La fonction $\psi_a\left(\hat{a}_t\right)$ *est représentée par la courbe* " aa" *sur la figure 1.*

L'équation (14) permet, quant à elle, d'obtenir :

$$\hat{z}_{t+1} \geq \hat{z}_t \Longleftrightarrow \hat{z}_t \geq \bar{\alpha} \cdot (\hat{\omega} - \hat{\tau}) - \hat{a}_t - R = \psi_z (\hat{a}_t) \tag{A1.2}$$

où $\psi_z (\hat{a}_t)$ *est la droite décroissante, notée* " zz", *sur la figure 1. Il est évident que les courbe* ψ_z *et* ψ_a *ne se coupent jamais lorsque* $(\hat{g} - \hat{\tau})$ *est strictement positif. Le diagrame des phases représenté s'explique immédiatement à partir des équations (A1) et (A2).*

L'équilibre stationnaire avec réserves excédentaires (et sans bulle), E_{RE}, *est obtenu en posant* $\psi_a (\hat{a}_t) = 0$. *L'équation résultante admet deux solutions dont seule la plus élevée est instable et correspond à l'équilibre déterminé lorsqu'on néglige la possibilité d'une bulle financière (voir figure 1) :*

$$\hat{a}_{RE} = \max \left\{ \hat{a} \mid (\hat{g} - \hat{\tau}) = \hat{a} - \frac{R \cdot \hat{a}}{\bar{\alpha} \cdot (\hat{\omega} - \hat{\tau}) - \hat{a}} \right\} \tag{A1.3}$$

Il est alors facile, en utilisant (9.1) de définir le facteur de croissance associé à cet équilibre :

$$\gamma_{RE} = \bar{\alpha} \cdot (\hat{\omega} - \hat{\tau}) - \hat{a}_{RE} \tag{A1.4}$$

Annexe 2

Pour étudier la dynamique de ce système, il est commode de représenter les conditions de stationnarité des variables $\hat{z}_t$ *et* x_{t+1}. *On obtient, après quelques calculs, les conditions suivantes :*

$$\hat{z}_{t+1} \geq \hat{z}_t \Longleftrightarrow \hat{z}_t \geq \gamma (x_{t+1}) - R \tag{A2.1}$$

$$x_{t+2} \geq x_{t+1} \Longleftrightarrow \hat{z}_t \geq \gamma (x_{t+1}) - \frac{(x_{t+1} + \theta R)\, m (x_{t+1})}{(1+\theta) m (x_{t+1}) - (\hat{g} - \hat{\tau})} \tag{A2.2}$$

En utilisant la fonction $d(x)$ *définie par l'équation (24), le terme de droite de (A2.2) se réécrit sous la forme d'une fonction* $h(x)$ définie par :

$$h(x) = \frac{\gamma (x)}{(1+\theta) m (x) - (\hat{g} - \hat{\tau})} \left(d (x) - (\hat{g} - \hat{\tau}) \right)$$

Cette fonction coupe l'axe des abscisses lorsque $(\hat{g} - \hat{\tau}) = d (x)$, *c'est-à-dire pour les valeurs* x_1 *et* x_2 *représentées sur la figure 2a, et on a* $h(x) > 0$ *lorsque* $d (x) > (\hat{g} - \hat{\tau})$. *Pour montrer que la fonction* $h(x)$ *n'admet qu'un seul extremum, il suffit de prouver que le système (A2.1 - A2.2) n'a que deux équilibres stationnaires avec bulle. En posant* $\hat{z}_{t+1} = \hat{z}_t \neq 0$ et $x_{t+2} = x_{t+1}$, *on obtient l'équation (31) du texte que l'on renomme ici :*

$$(\hat{g} - \hat{\tau}) = d^B(x) \overset{def}{=} \left(\frac{R - x}{R} \right) m(x) \tag{A2.3}$$

Dans le cas d'un déficit public positif, la solution de l'équation (A2.3) n'est pas forcément unique. En différentiant $d^B(x)$, *on trouve :*

$$\frac{\partial d^B(x)}{\partial x} = (\Gamma(x) - 1) \cdot m(x)/R$$

$$\text{avec} \quad \Gamma(x) = \frac{\beta(R-x) \cdot \tilde{\alpha}'(x)}{\tilde{\alpha}(x)} = \frac{\beta(R-x) \cdot \varepsilon(\tilde{R})}{\beta x + (1-\beta)R}$$

où $\varepsilon(\tilde{R}) = \tilde{R}\alpha'(\tilde{R})/\alpha(\tilde{R})$ *représente l'élasticité de l'épargne. Si cette dernière est constante,* $d^B(x)$ *admet un maximum local pour* $x = \left(1 - [(1+\varepsilon)\,\beta]^{-1}\right) \cdot R$*, qui est positif si* $\varepsilon > 1/\beta - 1$. *Sous cette dernière condition, le déficit primaire est supérieurement borné par :*

$$d^{B*} = d^B\left(R - \frac{R}{\beta(1+\varepsilon)}\right)$$

Dans le cas plus général, sous l'hypothèse $\Gamma'(x) < 0$, $d^B(x)$ *admet un maximum local pour* $x = \Gamma^{-1}(1)$ *et le déficit primaire est supérieurement borné par :*

$$d^{B*} = d^B\left(\Gamma^{-1}(1)\right)$$

Bibliographie

AIYAGARI S. R. & M. GERTLER (1985) : "The Backing of Government Bonds and Monetarism", *Journal of Monetary Economics*, 16, pp 19-44.

BARRO R. (1996) : "Inflation and Growth", *Federal Reserve Bank of Mineapolis Quarterly Review*, Mai.

BULLARD J. & J. KEATING (1995) **:** "The long-run relationship between inflation and output in postwar economies", *Journal of Monetary Economics*, 36, pp. 477-96.

CHAMLEY CH. & H. POLEMARCHAKIS (1984) **:** "Assets, General Equilibrium and the Neutrality of Money", *American Economic Review,*

GOMME P. (1993) **:** "Money and growth revisited", *Journal of Monetary Economics*, 32, pp. 51-77.

FISCHER S. (1993) **:** "The role of macroeconomic factors in growth", *Journal of Monetary Economics*, 32, p. 485-512.

FRIEDMAN B. & F. HAHN (1990) **:** *Handbook of Monetary Economics*, vol 1., Elsever Science Publishers.

JONES L. & R. MANUELLI (1995) **:** "Growth and the effects of inflation", *Journal of Economic Dynamics and Control*, 19, p. 1405-28.

LEVINE R. & D. RENELT (1992) : "A Sensitivity Analysis of Cross-Country Growth Regressions", *American Economic Review,* 82, p 942-63

MCCANDLESS G. & W. WEBER (1995) **:** "Some Monetary Facts", *Federal Reserve Bank of Mineapolis Quarterly Review*, Summer, 3, p 2-11.

MARQUIS M. & K. REFFETT (1995) **:** "The Inflation Tax in a Convex Model of Equilibrium Growth", *Economica*, 62, p. 109-21.

MINO K. & A. SHIBATA (1995) **:** "Monetary Policy, Overlapping Generations, and Patterns of Growth", *Economica*, 62, p. 179-94.

ORPHANIDES A. & R. SOLOW (1990) **:** "Money, Inflation and Growth", in Friedman B & F. Hahn.

PALIVOS T. & C. YIP (1995) **:** "Government Expenditure Financing in Endogenous Growth Model: A Comparison", *Journal of Money, Credit and Banking*, 27, p. 1159-78.

ROUBINI N. & X. SALA-I-MARTIN (1992) **:** "Financial Repression and Economic Growth", *Journal of Development Economics*, 39, p. 5-30.

SARGENT T. & B. SMITH (1984) **:** "Irrelevance of Open Market Operations in Some Economies with Goverment Currency Being Dominated in Rate of Return", *American Economic Review,* 77, p 78-92..

SARGENT T. & N. WALLACE (1981) **:** "Some Unpleasant Monetarist Arithmetic", *Federal Reserve Bank of Mineapolis Quarterly Review*, Fall

SIDRAUSKI M. (1967) **:** "Rational Choice and Patterns of Growth in a Monetary Economy", *American Economic Review*, 57, 533-44.

TIROLE J. (1985) **:** "Asset Bubbles and Overlapping Generations",. *Econometrica* 50. P1163-1181.

TOBIN J. (1965) **:** "Money and Economic Growth", *Econometrica*, 33, pp 671-684.

VAN DER PLOEG F. & G. ALOGOSKOUFIS (1994) **:** "Money and Endogenous Growth", *Journal of Money, Credit and Banking*, 26, pp. 771-91.

WALLACE N. (1981) **:** "A Modigliani - Miller theorem for open market operations" . *American Economic Review*, 71 P267-274.

WEIL PH. (1987) **:** "Permanent Budget Deficits and Inflation", *Journal of Monetary Economics* 20, pp 393-410.

YANAWAGA N. & G. GROSSMAN (1993) **:** "Asset bubles and endogeneous growth", *Journal of Monetary Economics* 31, pp 3-19.

ZHANG J. (1996) **:** "A Simple Model of Money an Growth with Transactions cost", *Journal of Macroeconomics*, Spring, pp. 127-137.

Documents de recherche EPEE

2002

2001

01 - 11 **On the Woodford Reinterpretation of the Reichlin OLG Model : a Reconsideration**
Guido CAZZAVILLAN & Francesco MAGRIS

01 - 12 **Mathematics for Economics**
Stefano BOSI

01 - 13 **Real Business Cycles and the Animal Spirits Hypothesis in a Cash-in-Advance Economy**
Jean-Paul BARINCI & Arnaud CHERON

01 - 14 **Privatization, International Asset Trade and Financial Markets**
Guillaume GIRMENS

01 - 15 **Externalités liées dans leur réduction et recyclage**
Carole CHEVALLIER & Jean DE BEIR

01 - 16 **Attitude towards Information and Non-Expected Utility Preferences : a Characterization by Choice Functions**
Marc-Arthur DIAYE & Jean-Max KOSKIEVIC

01 - 17 **Fiscalité de l'épargne en Europe : une comparaison multi-produits**
Thierry LAURENT & Yannick L'HORTY

01 - 18 **Why is French Equilibrium Unemployment so High : an Estimation of the WS-PS Model**
Yannick L'HORTY & Christophe RAULT

01 - 19 **La critique du « système agricole » par Smith**
Daniel DIATKINE

01 - 20 **Modèle à Anticipations Rationnelles de la COnjoncture Simulée : MARCOS**
Pascal JACQUINOT & Ferhat MIHOUBI

01 - 21 **Qu'a-t-on appris sur le lien salaire-emploi ? De l'équilibre de sous emploi au chômage d'équilibre : la recherche des fondements microéconomiques de la rigidité des salaires**
Thierry LAURENT & Hélène ZAJDELA

01 - 22 **Formation des salaires, ajustements de l'emploi et politique économique**
Thierry LAURENT

2000

00 - 01 **Wealth Distribution and the Big Push**
Zoubir BENHAMOUCHE

00 - 02 **Conspicuous Consumption**
Stefano BOSI

00 - 03 **Cible d'inflation ou de niveau de prix : quelle option retenir pour la banque centrale dans un environnement « nouveau keynésien » ?**
Ludovic AUBERT

00 - 04 **Soutien aux bas revenus, réforme du RMI et incitations à l'emploi : une mise en perspective**
Thierry LAURENT & Yannick L'HORTY

00 - 05 **Growth and Inflation in a Monetary « Selling-Cost » Model**

Stefano BOSI & Michel GUILLARD

00 - 06 **Monetary Union : a Welfare Based Approach**
Martine CARRE & Fabrice COLLARD

00 - 07 **Nouvelle synthèse et politique monétaire**
Michel GUILLARD

00 - 08 **Neoclassical Convergence versus Technological Catch-Up : a Contribution for Reaching a Consensus**
Alain DESDOIGTS

00 - 09 **L'impact des signaux de politique monétaire sur la volatilité intrajournalière du taux de change deutschemark - dollar**
Aurélie BOUBEL, Sébastien LAURENT & Christelle LECOURT

00 - 10 **A Note on Growth Cycles**
Stefano BOSI, Matthieu CAILLAT & Matthieu LEPELLEY

00 - 11 **Growth Cycles**
Stefano BOSI

00 - 12 **Règles monétaires et prévisions d'inflation en économie ouverte**
Michel BOUTILLIER, Michel GUILLARD & Auguste MPACKO PRISO

00 - 13 **Long-Run Volatility Dependencies in Intraday Data and Mixture of Normal Distributions**
Aurélie BOUBEL & Sébastien LAURENT

1999

99 - 01 **Liquidity Constraint, Increasing Returns and Endogenous Fluctuations**
Stefano BOSI & Francesco MAGRIS

99 - 02 **Le temps partiel dans la perspective des 35 heures**
Yannick L'HORTY & Bénédicte GALTIER

99 - 03 **Les causes du chômage en France : Une ré-estimation du modèle WS - PS**
Yannick L'HORTY & Christophe RAULT

99 - 04 **Transaction Costs and Fluctuations in Endogenous Growth**
Stefano BOSI

99 - 05 **La monnaie dans les modèles de choix intertemporels : quelques résultats d'équivalences fonctionnelles**
Michel GUILLARD

99 - 06 **Cash-in-Advance, Capital, and Indeterminacy**
Gaetano BLOISE, Stefano BOSI & Francesco MAGRIS

99 - 07 **Sunspots, Money and Capital**
Gaetano BLOISE, Stefano BOSI & Francesco MAGRIS

99 - 08 **Inter-Juridictional Tax Competition in a Federal System of Overlapping Revenue Maximizing Governments**
Laurent FLOCHEL & Thierry MADIES

99 - 09 **Economic Integration and Long-Run Persistence of the GNP Distribution**
Jérôme GLACHANT & Charles VELLUTINI

99 - 10 **Macroéconomie approfondie : croissance endogène**
Jérôme GLACHANT

99 - 11 **Growth, Inflation and Indeterminacy in a Monetary « Selling-Cost » Model**
Stefano BOSI & Michel GUILLARD

99 - 12 **Règles monétaires, « ciblage » des prévisions et (in)stabilité de l'équilibre macroéconomique**
Michel GUILLARD

99 - 13 **Educating Children : a Look at Household Behaviour in Côte d'Ivoire**
Philippe DE VREYER, Sylvie LAMBERT & Thierry MAGNAC

99 - 14 **The Permanent Effects of Labour Market Entry in Times of High Aggregate Unemployment**
Philippe DE VREYER, Richard LAYTE, Azhar HUSSAIN & Maarten WOLBERS

99 - 15 **Allocating and Funding Universal Service Obligations in a Competitive Network Market**
Philippe CHONE, Laurent FLOCHEL & Anne PERROT

99 - 16 **Intégration économique et convergence des revenus dans le modèle néo-classique**
Jérôme GLACHANT & Charles VELLUTINI

99 - 17 **Convergence des productivités européennes : réconcilier deux approches de la convergence**
Stéphane ADJEMIAN

99 - 18 **Endogenous Business Cycles : Capital-Labor Substitution and Liquidity Constraint**
Stefano BOSI & Francesco MAGRIS

99 - 19 **Structure productive et procyclicité de la productivité**
Zoubir BENHAMOUCHE

99 - 20 **Intraday Exchange Rate Dynamics and Monetary Policy**
Aurélie BOUBEL & Richard TOPOL

1998

98 - 01 **Croissance, inflation et bulles**
Michel GUILLARD

98 - 02 **Patterns of Economic Development and the Formation of Clubs**
Alain DESDOIGTS

98 - 03 **Is There Enough RD Spending ? A Reexamination of Romer's (1990) Model**
Jérôme GLACHANT

98 - 04 **Spécialisation internationale et intégration régionale. L'Argentine et le Mercosur**
Carlos WINOGRAD

98 - 05 **Emploi, salaire et coordination des activités**
Thierry LAURENT & Hélène ZAJDELA

98 - 06 **Interconnexion de réseaux et charge d'accès : une analyse stratégique**
Laurent FLOCHEL

98 - 07 **Coût unitaires et estimation d'un système de demande de travail : théorie et application au cas de Taiwan**
Philippe DE VREYER